

Алгебра

Рабочая
тетрадь

8

Часть 2


ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Алгебра

Рабочая
тетрадь

8 класс

Пособие для учащихся
общеобразовательных
организаций

В двух частях

Часть 2

Москва
«Просвещение»
2014

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я72
А45

Авторы:

Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова,
М. И. Шабунин

Упражнения тетради разделены на три раздела. Первый содержит упражнения для подготовки учащихся к изучению нового материала, второй — упражнения, дополнительные к упражнениям учебника, третий — упражнения для проверки уровня усвоения материала. Рабочая тетрадь является частью УМК авторов Ю. М. Колягина и др., также используется к учебнику «Алгебра. 8 класс» авторов Ш. А. Алимова и др.

ISBN 978-5-09-082402-1(2)
ISBN 978-5-09-032404-5(общ.)

© Издательство «Просвещение», 2013
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2013
Все права защищены

Данная рабочая тетрадь является дополнением к учебнику «Алгебра, 8» авторов Ю. М. Колягина и др. Содержание тетради организовано в соответствии с главами и параграфами этого учебника.

Тетрадь предназначена в основном для работы учащихся в классе. Следует иметь в виду, что рабочая тетрадь **не заменяет** ни живого слова учителя, ни текста учебника. Она дополняет и то и другое, расширяя арсенал учебных средств учащихся и возможности работы учителя.

Структурно материал каждого параграфа тетради расположен по трём разделам. После I раздела, который предназначен для подготовки школьников к изучению нового материала соответствующего параграфа книги, проведена черта. Эта черта означает, что после выполнения заданий I раздела учитель приступает к объяснению нового материала так, как он считает нужным. Проведя объяснение, учитель работает с учащимися над упражнениями учебника; при этом ученики записывают решение традиционно в обычной тетради.

Раздел II — это основной раздел в рабочей тетради, он содержит упражнения, дополнительные к упражнениям учебника. Некоторые из упражнений тетради являются подготовительными к выполнению упражнений учебника, некоторые помогают слабым учащимся в усвоении определённых алгоритмов благодаря увеличению от задания к заданию доли самостоятельной работы школьников. Наиболее трудные упражнения раздела отмечены знаком *.

В разделе III приведены тексты упражнений, позволяющих проверить уровень усвоения материала рассматриваемого параграфа. Учитель может выборочно использовать их для проверки качества домашней работы учащихся.

Квадратные уравнения

§ 25. Квадратное уравнение и его корни

I

- 1 Выписать в ответе номера тех уравнений, корнем которых является число -4 :

1) $-7,5x = -30$; 2) $3\frac{2}{3} + x = 1\frac{2}{3}$; 3) $(x-4)(x+4) = 0$;
 4) $3\sqrt{x} - 6 = 0$; 5) $5\sqrt{x^2} - 12 = 8$; 6) $\sqrt{-x} + 2 = 0$;
 7) $x^2 + 16 = 0$; 8) $2x^2 - x - 28 = 0$.

Ответ:

- 2 Заполнить пропуск положительным числом:

1) $0,64 = (\dots)^2$; 2) $\frac{36}{81} = (-\dots)^2$; 3) $5 = (-\dots)^2$; 4) $8 = (\dots)^2$.

- 3 Вычислить:

1) $\sqrt{144} = \dots$ 2) $\sqrt{0,09} = \dots$
 3) $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \dots$ 4) $\sqrt{784} = \sqrt{2^4 \cdot 7^2} = \dots$
 5) $\sqrt{1089} = \dots$ 6) $\sqrt{576} = \dots$

- 4 Выполнить действия и привести подобные слагаемые:

1) $2x - 4 + x^2 - (3x + 5x^2) = \dots$
 2) $x(x^2 - 2x + 1) - x^3 = \dots$
 3) $4(x^2 - 5) - (x - 2)(x + 3) = \dots$

II

- 5 Заполнить таблицу.

№ п/п	Квадратное уравнение	Старший коэффициент	Второй коэффициент	Свободный член
1	$-3x^2 + \frac{3}{4}x - 7 = 0$			
2	$1,5x^2 - 0,1x + \sqrt{3} = 0$	1,5	-0,1	$\sqrt{3}$

№ п/п	Квадратное уравнение	Старший коэффициент	Второй коэффициент	Свободный член
3	$-x^2 + 1 = 0$			
4	$\frac{1}{2}x^2 - x = 0$			

6 Привести к виду $ax^2 + bx + c = 0$ уравнение:

- 1) $x(x - 1) + x - 2 = 0$; 2) $(x + 3)(x - 3) = 2x^2 - 1$;
 3) $(2x - 1)^2 = x(x + 2) - 3$; 4) $(3x + 2)^2 - (2x - 1)^2 = 0$.

- 1)
 2)
 3)
 4)

7 Заполнить таблицу.

№ п/п	Уравнение	Уравнение, записанное в виде $ax^2 + bx + c = 0$	Коэффициенты		
			a	b	c
1	$7,3 + \frac{x^2}{2} - \sqrt{2}x = 0$	$\frac{1}{2}x^2 - \sqrt{2}x + 7,3 = 0$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{2}$	7,3
2	$2x - 3x^2 + \frac{1}{2} = 0$				
3	$\frac{-x^2}{3} - 0,5 = 2x$				
4	$1 = -x + x^2$				
5	$3x - x^2 = 0$				
6	$5 = x^2$				

8 Записать в один из столбцов таблицы каждое из уравнений:

- 1) $x^2 = 16$; 2) $x^2 - 20 = 0$;
 3) $x^2 + 4 = 0$; 4) $-\frac{x^2}{7} = 0$;
 5) $x^2 - 7 = 0$; 6) $x^2 + \frac{1}{16} = 0$.

Уравнение имеет два корня	Уравнение имеет один корень	Уравнение не имеет корней

9 Решить уравнение:

1) $x^2 = 49$ 2) $x^2 - 6 = 0$

3) $x^2 + 6 = 0$ 4) $x^2 = 0$

5) $|x| = 2$ 6) $|x - 1| = 2$

10 Решить квадратное уравнение, предварительно разложив его левую часть на множители.

1) $x^2 + 2x = 0$, 2) $2x^2 - x = 0$,

$x(\dots) = 0$, $x(\dots) = 0$,

Ответ. $x_1 = 0$, $x_2 = \dots$ Ответ. $x_1 = \dots$, $x_2 = \dots$

3) $5x^2 + 6x = 0$, 4) $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$,

..... $x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0$,

Ответ. $x_1 = \dots$, $x_2 = \dots$ $(\dots)^2 = 0$,

..... Ответ. $x = \dots$

5) $x^2 - 12x + 36 = 0$, 6) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

.....

.....

11 Завершить решение уравнения:

1) $x^2 + 6x + 5 = 0$, 2) $x^2 - 12x + 20 = 0$,

$x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0$, 4) $x^2 - 2 \cdot 6x + 6^2 - 6^2 + 20 = 0$,

$(x + 3)^2 - 4 = 0$,

$(x + 3)^2 - 2^2 = 0$,

$(x + 3 - 2)(x + 3 + 2) = 0$,

.....

Ответ. $x_1 = \dots$, $x_2 = \dots$ Ответ. $x_1 = \dots$, $x_2 = \dots$

III

- 12 Выписать номера тех уравнений, которые можно привести к квадратному:

1) $3x - 2 = x^2 - 5$;

2) $x^3 - 2x^2 + 5 = x^3$;

3) $7(x - 1) + 2x = 0$;

4) $(x - 1)(x - 2) = 3 - x$.

Ответ.

- 13 Решить уравнение:

1) $x^2 - \frac{4}{9} = 0$

2) $2x^2 = 50$

3) $4x^2 + 1 = 0$

4) $\frac{2}{9}x^2 = 0$

5) $x^2 + 2x + 1 = 0$

6) $x^2 - 6x + 9 = 0$

§ 26. Неполные квадратные уравнения

I

- 1 Записать в пустую клетку неотрицательное число:

1) $\square^2 = \frac{9}{25}$;

2) $\square^2 = 0,04$;

3) $\square^2 = 0$;

4) $\square^2 = 3$;

5) $\square^2 = 11$;

6) $\square^2 = 12$.

- 2 Записать в пустую клетку неположительное число:

1) $\square^2 = \frac{9}{25}$;

2) $\square^2 = 0,04$;

3) $\square^2 = 0$;

4) $\square^2 = 3$;

5) $\square^2 = 11$;

6) $\square^2 = 12$.

II

3 Разложить на множители:

1) $x^2 - 64 =$

2) $y^2 - 0,16 =$

3) $\frac{64}{81} - x^2 =$

4) $x^2 - 5 =$

5) $8x - x^2 =$

6) $2x^3 - \sqrt{3}x =$

4 Перенести все члены уравнения в левую часть и привести подобные слагаемые.

1) $7 - 3x = 2x + 11,$

2) $x^2 + 2x = 3x - x^2,$

.....
.....

.....
.....

3) $2x - 8 = x^2 - x + 3,$

4) $15 - 2x^2 - 4x = 12x - 5x^2 + 3,$

.....
.....

.....
.....

5 Умножить обе части уравнения на 2:

1) $0,5x^2 - 1,5x = 0,$

2) $-\frac{x^2}{2} = 1\frac{1}{2},$

.....

.....

6 Разделить обе части уравнения на -3:

1) $-3x^2 = \frac{1}{3},$

2) $6x^2 - 0,3x = 0,$

.....

.....

7 Решить уравнение:

1) $10x^2 = 0 \mid : 10$

2) $2x^2 = 32 \mid : 2$

.....
.....

.....
.....

3) $\frac{1}{3}x^2 = 27 \mid \cdot 3$

4) $\frac{2}{3}x^2 = \frac{3}{2} \mid \cdot \frac{3}{2}$

.....
.....

.....
.....

5) $5x^2 - \frac{1}{5} = 0$

6) $-0,1x^2 + 10 = 0$

.....
.....

.....
.....

$$7) 1 = \frac{5-x^2}{3}$$

$$8) \frac{3x^2-10}{4} = \frac{1}{2}$$

8 Решить уравнение:

$$1) 2x^2 + 5x = 3x^2,$$

$$2) 5x^2 - 3x = 2x + x^2,$$

$$2x^2 - 3x^2 + 5x = 0,$$

$$-x^2 + 5x = 0,$$

$$3) (2x-1)^2 - 1 = x(x+2),$$

$$4) (x-3)(x+3) - 2x = 2x^2 - 9,$$

$$4x^2 - 4x + 1 - 1 = x^2 + 2x,$$

9* Для всех числовых значений a решить уравнение:

$$1) ax^2 - 1 = 0; \quad 2) 2x^2 - a = 0.$$

$$1) \text{ Если } a = 0, \text{ то}$$

$$\text{Если } a > 0, \text{ то}$$

$$\text{Если } a < 0, \text{ то}$$

$$2) \text{ Если } a = 0, \text{ то}$$

$$\text{Если } a > 0, \text{ то}$$

$$\text{Если } a < 0, \text{ то}$$

10* Решить уравнение $ax^2 = b$, $b > 0$:

$$\text{При } a = 0$$

$$\text{При } a > 0$$

$$\text{При } a < 0$$

III

11 Решить уравнение:

$$1) 9x^2 - 64 = 0,$$

$$2) 2x^2 + 15 = 0,$$

$$3) 0,03x^2 = 27,$$

4) $x^2 - 9x = 0$,

5) $25x^2 + 49x = 0$,

6) $\frac{x^2 - 7}{6} = \frac{1}{3}$,

- 12) Найти значение a , при котором любое значение x является корнем уравнения $ax^2 = 0$.

§ 27. Метод выделения полного квадрата

Ⓘ

- 1) Выполнить возведение двучлена в квадрат.

1) $(x - 4)^2 =$

2) $(2x + 3)^2 =$

3) $\left(\frac{x}{2} - 2\right)^2 =$

4) $(4x + 0,5)^2 =$

- 2) Вставить пропущенное число.

1) $10x = 2 \cdot \square \cdot x$; 2) $2x = 2 \cdot \square \cdot x$; 3) $x = 2 \cdot \square \cdot x$;

4) $\frac{x}{2} = 2 \cdot \square \cdot x$; 5) $-3x = -2 \cdot \square \cdot x$; 6) $-\frac{2}{3}x = 2 \cdot \square \cdot x$.

- 3) Заполнить пустые клетки.

1) $x^2 - 6x + \square = (x - \square)^2$; 2) $x^2 + 2 \cdot \square \cdot x + \square = (x + 5)^2$;

3) $4x^2 + 8x + \square = (\square + \square)^2$; 4) $\frac{1}{9}x^2 - 2x + \square = (\square - \square)^2$.

- 4) Решить уравнение:

1) $x^2 = \frac{100}{121}$,

2) $(x + 1)^2 = 9$,

$x + 1 = \dots$ или $x + 1 = \dots$

$x = \dots$ или $x = \dots$

$x_1 = \dots, x_2 = \dots$

II

5 Завершить решение квадратного уравнения:

1) $x^2 + 8x + 7 = 0$,

$x^2 - 8x = -7$,

$x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x + \dots = -7 + \dots$

$(x - 4)^2 = \dots$

$x - 4 = \pm \dots$

$x - 4 = \dots$ или $x - 4 = \dots$

Ответ. $x_1 = \dots$, $x_2 = \dots$

3) $x^2 + 3x - 4 = 0$,

$x^2 + 3x = 4$,

$x^2 + 2 \cdot \dots \cdot x + \dots = 4 + \dots$

$(\dots)^2 = \dots$

$\dots$

$\dots$

$\dots$

Ответ. $\dots$

2) $x^2 + 12x + 11 = 0$,

$x^2 + 12x = -11$,

$x^2 + 2 \cdot \dots \cdot x + 36 = -11 + \dots$

$(\dots)^2 = \dots$

$\dots$

$\dots$

Ответ. $\dots$

4) $x^2 - 5x - 14 = 0$,

$x^2 - 5x = \dots$

$\dots$

$\dots$

$\dots$

$\dots$

$\dots$

Ответ. $\dots$

6 Заполнить пропуск таким образом, чтобы данное выражение было квадратом суммы или квадратом разности.

1) $x^2 - 4x + \square$;

2) $x^2 + 20x + \square$;

3) $x^2 + \square \cdot x + 36$;

4) $x^2 - \square \cdot x + 81$;

5) $x^2 + 5x + \square$;

6) $x^2 - 7x + \square$.

7 Решить уравнение:

1) $x^2 + 14x + 40 = 0$,

$\dots$

$\dots$

$\dots$

3)* $x^2 + 3x - 18 = 0$,

$\dots$

$\dots$

$\dots$

2) $x^2 - 10x - 24 = 0$,

$\dots$

$\dots$

$\dots$

4)* $x^2 - 5x - 14 = 0$,

$\dots$

$\dots$

$\dots$

§ 28. Решение квадратных уравнений

①

1 Заполнить таблицу.

№ п/п	Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$	a	b	c	$D = b^2 - 4ac$	$\sqrt{D}$
1	$x^2 - 5x + 4 = 0$	1	-5	4	$(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9$	3
2	$x^2 + 6x + 8 = 0$					
3	$2x^2 + 3x - 2 = 0$					
4	$-x^2 + 7x + 18 = 0$					
5	$-2x^2 + 7x - 3 = 0$					
6	$\frac{1}{2}x^2 - 2 = 0$					
7	$-3x^2 + \frac{1}{3} = 0$					
8	$5x^2 - x = 0$					
9	$x^2 - 6x + 9 = 0$					

②

2 Заполнить таблицу.

№ п/п	Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$	$D = b^2 - 4ac$	Количество корней
1	$x^2 - 2x + 3 = 0$	$(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8 < 0$	Корней нет
2	$x^2 + 7x - 1 = 0$		
3	$2x^2 - 3x + 5 = 0$		
4	$-3x^2 + x - 2 = 0$		
5	$\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = 0$		

3 Завершить решение уравнения:

1) $x^2 + 4x - 12 = 0$,

$a = 1, b = 4, c = -12$,

$x_{1,2} = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$x_1 = \dots\dots\dots$

$x_2 = \dots\dots\dots$

2) $x^2 - 4x - 21 = 0$,

$a = \dots\dots, b = \dots\dots, c = \dots\dots$

$x_{1,2} = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$x_1 = \dots\dots\dots$

$x_2 = \dots\dots\dots$

4 Решить квадратное уравнение:

1) $2x^2 + 7x - 4 = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

3) $9x^2 + 6x + 1 = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

5) $5x^2 - 6x + 2 = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

2) $3x^2 - x - 2 = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

4) $-4x^2 + 12x - 9 = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

6) $3x^2 + 4x + 7 = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

5 Решить уравнение:

1) $x(x + 2) = 6 + x - x^2$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

2) $2x - x^2 - \frac{2-x}{3} = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$$3) \frac{x(1-x)}{5} - \frac{1-x}{4} + \frac{x(x-1)}{10} = 0,$$

6* Найти значения a , при которых уравнение $ax^2 - x - 10 = 0$ имеет один корень. Для каждого такого a решить данное уравнение.

1) Если $a = 0$, то уравнение принимает вид линейного уравнения $-x - 10 = 0$, имеющего один корень $x = \dots\dots\dots$

2) Если $a \neq 0$, то данное уравнение является квадратным, имеющим один корень, если $\dots\dots\dots = 0$, т. е. при $a = \dots\dots\dots$

Корень данного уравнения $x = \dots\dots\dots$

Ответ. $\dots\dots\dots$

7* Найти все значения c , при которых уравнение $2x^2 - 3x + c = 0$ имеет: 1) один корень; 2) два различных корня.

1) Уравнение имеет один корень, если $\dots\dots\dots$

2) Уравнение имеет два различных корня, если $\dots\dots\dots$

8 По формуле корней квадратного уравнения с чётным вторым коэффициентом решить уравнение:

$$1) 3x^2 - 4x + 1 = 0,$$

$$2) 5x^2 + 14x - 3 = 0,$$

$$3) 7x^2 + 18x - 9 = 0,$$

.....

.....

.....

.....

$$4) 12x^2 - 16x - 3 = 0,$$

.....

.....

.....

.....



9 Решить квадратное уравнение:

$$1) 4x^2 - 20x + 25 = 0,$$

.....

.....

.....

$$2) 25x^2 - 10x + 2 = 0,$$

.....

.....

.....

$$3) 12x^2 - 5x - 2 = 0,$$

.....

.....

.....

$$4) 15x^2 + 7x - 2 = 0,$$

.....

.....

.....

$$5) 5x^2 - 3x = 0,$$

.....

.....

.....

$$6) 4x^2 - 9 = 0,$$

.....

.....

.....

10 Решить уравнение:

$$1) x^2 - 3 = \frac{x}{2} + 2,$$

.....

.....

.....

$$2) \frac{1-2x}{3} = x^2 - \frac{x}{2},$$

.....

.....

.....

$$3) 2x^2 + x = 1 - \frac{x^2 + x}{2},$$

.....

.....

.....

$$4) 2x^2 - 2x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x^2 - \frac{x}{3},$$

.....

.....

.....

§ 29. Приведённое квадратное уравнение. Теорема Виета

Ⓘ

1 Записать результат деления обеих частей уравнения на число m .

1) $2x^2 - 3x + 4 = 0, m = 2$

2) $\frac{1}{2}x^2 - 3x - 2 = 0, m = \frac{1}{2}$

3) $-\frac{1}{3}x^2 + x - 3 = 0, m = -\frac{1}{3}$

2 Решить квадратное уравнение:

1) $x^2 - 5x + 6 = 0,$

2) $x^2 + 10x + 24 = 0,$

.....

.....

.....

.....

3) $x^2 + 8x + 16,$

4) $x^2 - 7x + 15 = 0,$

.....

.....

.....

.....

Ⓜ

3 Заполнить таблицу.

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	p	$\frac{p}{2}$	q	$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$	Коли- чество корней
1	$x^2 - 6x + 8 = 0$	-6	-3	8	$(-3)^2 - 8 = 1 > 0$	Два
2	$x^2 + 4x + 5 = 0$					
3	$x^2 - 10x + 25 = 0$					
4	$x^2 - 8x + 12 = 0$					
5	$x^2 + 3x + 3 = 0$					
6	$x^2 + 11x + 30 = 0$					

4 Решить приведённое квадратное уравнение:

1) $x^2 - 10x + 21 = 0$,

$\frac{p}{2} = \dots\dots\dots$ $q = \dots\dots\dots$

$x_{1,2} = \dots\dots\dots$

$x_1 = \dots\dots\dots$, $x_2 = \dots\dots\dots$

3) $x^2 + 16x + 64 = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

2) $x^2 + 18x + 80 = 0$,

$\frac{p}{2} = \dots\dots\dots$ $q = \dots\dots\dots$

$x_{1,2} = \dots\dots\dots$

$x_1 = \dots\dots\dots$, $x_2 = \dots\dots\dots$

4) $x^2 - 14x + 50 = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

5 Не решая приведённое квадратное уравнение, корни которого x_1 и x_2 , заполнить таблицу.

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	$x_1 + x_2$	$x_1 x_2$
1	$x^2 + 3x - 7 = 0$	-3	-7
2	$x^2 - 4x + 1 = 0$		
3	$x^2 - 99x - 125 = 0$		
4	$x^2 + 33\frac{1}{3}x - 24,5 = 0$		

6 Не решая приведённое квадратное уравнение, корни которого x_1 и x_2 , определить знаки корней. Заполнить таблицу.

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	$-p = x_1 + x_2$	$q = x_1 \cdot x_2$	Знак корня, имеющего большую абсолютную величину	Знак корня, имеющего меньшую абсолютную величину
1	$x^2 - 7x + 12 = 0$	7	12	+	+
2	$x^2 + 7x + 12 = 0$				
3	$x^2 + x - 12 = 0$	-1	-12	-	+
4	$x^2 - x - 12 = 0$				
5	$x^2 - 2x - 15 = 0$				
6	$x^2 - 8x - 15 = 0$				

7 Заполнить таблицу, не решая уравнение.

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	x_1	x_2
1	$x^2 - 9x + 8 = 0$	1	8
2	$x^2 + 5x + 6 = 0$		-2
3	$x^2 + 4x - 21 = 0$		3
4	$x^2 + 2x - 15 = 0$	-5	

8 Заполнить таблицу.

№ п/п	Уравнение	p	q	x_1	x_2
1	$x^2 + px + 6 = 0$	5	6	-2	-3
2	$x^2 + px - 8 = 0$		-8	-2	
3	$x^2 + px - 8 = 0$		-8	1	
4	$x^2 + px + 6 = 0$		6	3	
5	$x^2 - 3x + q = 0$	-3		1	
6	$x^2 - 3x + q = 0$	-3		-2	
7	$x^2 - 3x + q = 0$	-3		2	
8	$x^2 + 3x + q = 0$	3		-1	
9	$x^2 + 3x + q = 0$	3		-2	
10	$x^2 + 3x + q = 0$	3		2	

9 Составить приведённое квадратное уравнение, корни которого x_1 и x_2 .

$$x_1 = 5, x_2 = 3; \quad p = -(5 + 3) = -8, \quad q = 5 \cdot 3 = 15, \\ x^2 - 8x + 15 = 0.$$

- 1) $x_1 = -5, x_2 = -3$
 2) $x_1 = -2, x_2 = 3$
 3) $x_1 = -3, x_2 = 2$

10 Заполнить таблицу.

Уравнение	Знак x_1	Знак x_2
$x^2 - 1,5x - 2 = 0$	+	-
$x^2 - 4x + 1 = 0$	+	
$x^2 + 5x + 2 = 0$	-	
$x^2 + 5x - 2 = 0$	-	

11 Подбором найти корни уравнения x_1 и x_2 и заполнить таблицу.

№ п/п	Уравнение	x_1	x_2
1	$x^2 - 5x + 6 = 0$	2	3
2	$x^2 + 5x + 6 = 0$		
3	$x^2 - x - 6 = 0$		
4	$x^2 + x - 6 = 0$		
5	$x^2 + 7x + 10 = 0$		
6	$x^2 - 7x + 10 = 0$		
7	$x^2 - 3x - 10 = 0$		
8	$x^2 + 3x - 10 = 0$		

12 Разложить на множители квадратный трёхчлен, используя результаты выполнения задания 11.

- 1) $x^2 - 5x + 6 = (\dots)(\dots)$ 2) $x^2 + 5x + 6 = \dots$
 3) $x^2 - x - 6 = \dots$ 4) $x^2 + x - 6 = \dots$
 5) $x^2 + 7x + 10 = \dots$ 6) $x^2 - 7x + 10 = \dots$
 7) $x^2 - 3x - 10 = \dots$ 8) $x^2 + 3x - 10 = \dots$

13 Разложить на множители квадратный трёхчлен, имеющий корни:

- 1) $2x^2 - 5x - 3$; 2) $-3x^2 - x + 2$; 3) $\frac{1}{2}x^2 - x - 12$;
 4) $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 8$; 5) $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 2,25$; 6) $-\frac{2}{3}x^2 - x + 3$.

1) Найдём корни уравнения $2x^2 - 5x - 3 = 0$:

$x_{1,2} =$

$x_1 =$, $x_2 =$

Ответ. $2x^2 - 5x - 3 = 2(x \dots)(\dots)$.

2)

.....

.....

3)

.....

.....

4)

.....

.....

5)

.....

.....

6)

.....

.....

14 Сократить дробь:

1) $\frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2} = \frac{(\dots)(\dots)}{x - 2} =$

$x^2 + 3x - 10 = 0$, $x_1 =$, $x_2 =$

2) $\frac{x^2 - 25}{x^2 - 4x - 5} =$

.....

3) $\frac{9x^2 - 49}{3x^2 - 4x - 7} =$

.....

15 Разложить на множители:

1) $x^3 - x^2 - 12x = x(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$

2) $x^4 + 3x^3 - 10x^2 = \dots\dots\dots$

16 Сократить дробь:

1) $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - x - 12} = \dots\dots\dots$

$x^2 + x - 6 = 0$

$x^2 - x - 12 = 0$

$x_{1,2} = \dots\dots\dots$

$x_1 = \dots\dots\dots, x_2 = \dots\dots\dots$

2) $\frac{x^2 + 3x - 28}{24 - 2x - x^2} = \dots\dots\dots$

$x^2 + 3x - 28 = 0$

$24 - 2x - x^2 = 0$

$x_{1,2} = \dots\dots\dots$

$x_1 = \dots\dots\dots, x_2 = \dots\dots\dots$

17 Упростить выражение:

1) $\frac{2}{x^2 - x - 30} + \frac{1}{6 - x} = \frac{2}{(\dots)(\dots)} - \frac{1}{x - 6} = \frac{1}{(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)} = \dots\dots\dots$

2) $\frac{4x^2 - 9}{x^2 - x - 12} : \frac{2x + 3}{x^2 - 3x - 4} = \dots\dots\dots$

18* Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0$. Не вычисляя корней этого уравнения, найти:

1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; 2) $x_1^2 + x_2^2$.

По теореме Виета находим $x_1 + x_2 = -\sqrt{2}$, $x_1 x_2 = -4$.

1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \dots\dots\dots$

Ответ. $\dots\dots\dots$

2) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2) - 2x_1 x_2 = \dots\dots\dots$

Ответ. $\dots\dots\dots$

III

- 19 Записать приведённое квадратное уравнение, корни которого x_1 и x_2 .

1) $x_1 = -8, x_2 = 0,5;$

2) $x_1 = -3, x_2 = -\frac{1}{3};$

3) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 1\frac{1}{2};$

4) $x_1 = 3\sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}.$

Ответ. 1)

2)

3)

4)

- 20 Подбором найти корни квадратного уравнения:

1) $x^2 - 20x + 19 = 0, x_1 = \dots, x_2 = \dots$

2) $x^2 + 38x + 37 = 0, x_1 = \dots, x_2 = \dots$

3) $x^2 + 5x - 14 = 0, x_1 = \dots, x_2 = \dots$

4) $x^2 - 4x - 21 = 0, x_1 = \dots, x_2 = \dots$

- 21 Разложить квадратный трёхчлен на множители.

1) $x^2 + 2x - 15 = \dots$

2) $-x^2 + 5x + 24 = -(\dots) = \dots$

3) $2x^2 + 5x - 12 = \dots$

- 22 Сократить дробь:

1) $\frac{2x^2 - 15x + 7}{2x^2 + 9x - 5} = \dots$

2) $\frac{x^2 - 12x + 35}{25 - x^2} = \dots$

1) $2x^2 - 15x + 7 = 0$

$2x^2 + 9x - 5 = 0$

$D = \dots$

$D = \dots$

$x_{1,2} = \dots$

$x_{1,2} = \dots$

$x_1 = \dots, x_2 = \dots$

$x_1 = \dots, x_2 = \dots$

2)

§ 30. Уравнения, сводящиеся к квадратным

I

1 Заполнить пропуски:

1) $x^4 = (\dots)^2$; 2) $x^6 = (\dots)^2$; 3) $x^8 = (\dots)^2$.

2 Решить уравнение:

1) $x^2 = 49$.

2) $x^2 = -4$.

Ответ.

Ответ.

3) $x^2 = 0$.

4) $x^2 = 8$.

Ответ.

Ответ.

3 Решить квадратное уравнение:

1) $3y^2 + 14y - 5 = 0$,

2) $-2t^2 + 11t - 12 = 0$,

$D = \dots$

$D = \dots$

$y_{1,2} = \dots$

$t_{1,2} = \dots$

$y_1 = \dots, y_2 = \dots$

$t_1 = \dots, t_2 = \dots$

II

4 Решить биквадратное уравнение:

1) $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$.

Пусть $x^2 = t$. Тогда уравнение примет вид $t^2 - 29t + 100 = 0$.
Корни этого уравнения: $t_1 = 4$, $t_2 = 25$.

Уравнение $x^2 = 4$ имеет корни $x_{1,2} = \dots$

Уравнение $x^2 = 25$ имеет корни $x_{3,4} = \dots$

Ответ. $x_{1,2} = \dots$, $x_{3,4} = \dots$

2) $x^4 - 15x^2 - 16 = 0$.

Пусть $x^2 = t$, тогда данное уравнение примет вид

$t_1 = \dots$, $t_2 = \dots$

Ответ.

5 Решить уравнение $\frac{28}{x^2 + x - 12} = \frac{x}{x + 4} + \frac{1}{x - 3}$.

$$x^2 + x - 12 = (\dots)(\dots).$$

По условию $(\dots)(\dots) \neq 0$.

$$\frac{28}{(x + 4)(x - 3)} = \frac{x}{x + 4} + \frac{1}{x - 3} \mid \cdot (x + 4)(x - 3) \neq 0,$$

$$28 = x(x - 3) + x + 4,$$

$$x_{1,2} = \dots, x_1 = \dots, x_2 = \dots$$

Проверка.

1) $x = -4$ — посторонний корень, так как при $x = -4$ знаменатели первой и второй дробей данного уравнения обращаются в нуль.

2) При $x = 6$ данное уравнение обращается в верное числовое равенство $\frac{28}{6^2 + 6 - 12} = \frac{6}{6 + 4} + \frac{1}{6 - 3}$.

Ответ. $x = 6$.

6 Решить уравнение $\frac{3}{x - 5} - \frac{x}{x + 1} = \frac{10}{x^2 - 4x - 5}$.

$$x^2 - 4x - 5 = (\dots)(\dots).$$

По условию

$$\frac{3}{x - 5} - \frac{x}{x + 1} = \frac{10}{x^2 - 4x - 5} \mid \cdot (\dots)(\dots) \neq 0$$

$$x_1 = \dots, x_2 = \dots$$

Проверка.

1)

2)

Ответ.

7* Решить уравнение $(x + 2)^4 - (x + 2)^2 - 12 = 0$.

Пусть $(x + 2)^2 = t$, тогда данное уравнение запишется в виде

$$t_{1,2} = \dots, t_1 = \dots, t_2 = \dots$$

$$(x + 2)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(x + 2)^2 = \dots\dots\dots$$

Ответ.

III

8 Решить уравнение:

1) $x^4 + 2x^2 - 24 = 0$,

2) $9x^4 - 28x^2 + 3 = 0$,

Ответ.

Ответ.

9 Определить, при каких значениях x равны значения выражений

$$\frac{1}{x-3} + \frac{4}{x^3-9x} \text{ и } \frac{2}{x^2-3x}.$$

§ 31. Решение задач с помощью квадратных уравнений

I

1 Записать с помощью всевозможных равенств соотношение между x и y , если:

1) x больше y на 2: $x - y = 2$,

2) x меньше y на 5:

3) x больше y в 3 раза:

4) x меньше y в 4 раза:

2 Заполнить таблицы.

1)

Натуральное число	Следующее за ним натуральное число	Произведение этих чисел
n	$n + 1$	$n(n + 1)$
$3x$		
$n + 3x$		

2)

Чётное число	Следующее за ним чётное число	Произведение этих чисел
x		
$6n$		
$x - 6n$		

- 3** Одна сторона прямоугольника x см, другая — на 5 см больше. Записать выражение для нахождения периметра P и площади S этого прямоугольника.

Ответ. $P = \dots\dots\dots$, $S = \dots\dots\dots$

- 4** Заполнить таблицу, если известно, что тело движется равномерно и прямолинейно со скоростью v км/ч и за t ч проходит путь s км.

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8
v	4		15	2,5	75		x	
t	0,1	8		x		x		$\frac{1}{6}$
s	0,4	640	90		x	18	100	x

- 5** Один рабочий может изготовить A деталей за 6 ч, другой рабочий A деталей может изготовить за 4 ч. Выразить через A производительность труда:

- первого рабочего: $\dots\dots\dots$
- второго рабочего: $\dots\dots\dots$
- при совместной работе первого и второго рабочих: $\dots\dots\dots$

- 6 Катер движется по реке от одной пристани до другой по течению реки, а затем возвращается обратно. Заполнить таблицу, учитывая, что скорость течения реки 2 км/ч.

№ п/п	Расстояние между пристанями (км)	Скорость катера в стоячей воде (км/ч)	Скорость катера по течению (км/ч)	Время движения по течению (ч)	Скорость катера против течения (км/ч)	Время движения против течения (ч)
1	48	10	12	4	8	6
2			14	5		
3	35	x				
4					x	3

- 7 Пусть P (дет./ч) — производительность труда, A (дет.) — объём всей выполненной работы, t (ч) — время выполнения работы. Выразить каждую из величин A , P и t через две другие.

$$A = P \cdot t, P = \dots\dots\dots, t = \dots\dots\dots$$

- 8 Производительность труда первого рабочего a деталей в час, второго — b деталей в час. Производительность труда рабочих при совместной работе Первый рабочий A деталей изготовит за часов, второй рабочий A деталей изготовит за часов; при совместной работе A деталей оба рабочих изготовят за часов.

II

- 9 Найти два последовательных натуральных чётных числа, произведение которых равно 168. Заполнив пропуски, составить уравнение по условию задачи и решить его.

Пусть x — первое искомое натуральное чётное число, тогда — второе искомое натуральное чётное число. Так как произведение этих чисел равно 168, можно составить уравнение:

.....

Решим это уравнение:

.....

$$x_{1,2} = \dots\dots\dots, x_1 = \dots\dots\dots, x_2 = \dots\dots\dots$$

Так как по условию задачи x — натуральное число, то $x = \dots\dots\dots$

Ответ. $\dots\dots\dots$

- 10** Периметр прямоугольника равен 62 см, а его площадь равна 238 см^2 . Найти длину и ширину прямоугольника. Заполнив пропуски, составить уравнение по условию задачи и решить его. Пусть x см — длина прямоугольника; так как полупериметр прямоугольника равен $\dots\dots\dots$ см, то его ширина равна $\dots\dots\dots$ см. Зная, что площадь прямоугольника 238 см^2 , можно записать уравнение: $\dots\dots\dots$

Решим полученное уравнение: $\dots\dots\dots$

Ответ. 17 см и 14 см.

- 11** Пассажирский поезд проходит в час на 30 км меньше, чем скорый поезд. Расстояние 810 км скорый поезд проходит на 4,5 ч быстрее, чем пассажирский. Найти скорости пассажирского и скорого поездов. Для решения задачи внести недостающие данные в таблицу.

Поезд	v (км/ч)	s (км)	t (ч)
Пассажирский	x	810	
Скорый		810	

на
4,5 ч

(больше,
меньше)

Составим и решим уравнение: $\dots\dots\dots$

Ответ. 60 км/ч и $\dots\dots\dots$ км/ч.

- 12** Одна из сторон прямоугольника на 2 см меньше стороны квадрата, а другая — на 4 см больше стороны того же квадрата. Найдите сторону квадрата, если площадь прямоугольника равна 40 см^2 .

О т в е т.

- 13** Работая вместе, двое рабочих за час изготавливают 30 деталей. Первый рабочий изготавливает 60 деталей на 3 ч быстрее второго. Сколько деталей за час изготавливает каждый рабочий?

Пусть I рабочий изготавливает за час x деталей. Тогда II рабочий за час изготавливает (.....) деталей. На изготовление 60 деталей I рабочий тратит ч, а II рабочий — ч. Так как на изготовление 60 деталей I рабочий тратит на 3 ч меньше, чем II, то можно записать уравнение:

Ответ. 20 и 10 деталей в час.



- 14** Расстояние 20 км велосипедист преодолел на 3 ч быстрее пешехода. Найти скорость каждого, если известно, что за час велосипедист преодолевает на 2 км больше, чем пешеход за 2 ч.

Ответ.

- 15** Мастер и ученик за 4 ч совместной работы изготовили 96 деталей. Сколько деталей за час изготавливает мастер, если на каждую деталь он тратит на 12 мин меньше, чем ученик?

Ответ.

§ 32. Решение простейших систем, содержащих уравнение второй степени

1

- 1 Выяснить, обращает ли пара чисел $x = -2$, $y = 3$ уравнение в верное числовое равенство (записать «да» или «нет»).

1) $2x - y = -7$

2) $-3x + 2y = 10$

3) $\frac{x}{2} + y^2 - 10 = 0$

4) $xy - 3 + y^2 = 0$

- 2 Выписать номер той пары чисел, которая является решением системы уравнений $\begin{cases} x + 2y = 0, \\ -x + y = 3: \end{cases}$

1) $x = 1$, $y = -1$;

2) $x = 2$, $y = 1$;

3) $x = 6$, $y = -3$;

4) $x = -2$, $y = 1$.

Ответ:

- 3 Составить систему двух уравнений с двумя неизвестными, решением которой является пара чисел $x = -3$, $y = 2$.

1) $\begin{cases} x + y = \\ xy + y = \end{cases}$

2) $\begin{cases} \\ \end{cases}$

- 4 Из данного уравнения выразить сначала x через y , затем y через x . Заполнить таблицу.

№ п/п	Уравнение	Выражение x через y	Выражение y через x
1	$x - y = 3$	$x = 3 + y$	$y = x - 3$
2	$2x + y = 1$		
3	$xy - x - 3 = 0$		
4	$\frac{xy}{2} + y = 5$		

- 5 Решить способом подстановки систему линейных уравнений:

1) $\begin{cases} 2x - y = 8, & y = \\ 3x - 4y = 7, \end{cases}$

Ответ:

$$2) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 0, \\ x + 2y = 2, \end{cases} \quad x = \dots$$

Ответ.

II

6 Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} x + y + 1 = 0, \\ x^2 - y = 13. \end{cases}$$

Выражение $x = -y - 1$ из первого уравнения подставим во второе уравнение $(-y - 1)^2 - y = 13$ и решим его.

Ответ. (3; -4), (-4; 3).

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 29, \\ 2x + y - 1 = 0. \end{cases}$$

Из второго уравнения находим $y = \dots$. Выражение y через x подставим в первое уравнение.

Ответ. (-2; 5); (2,8; -4,6).

7 Устно найти решение системы уравнений и записать ответ:

$$1) \begin{cases} x + y = 5, \\ xy = 4; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 1, \\ xy = -12. \end{cases}$$

Ответ. 1) (....;), (....;); 2) (....;), (....;).

8 Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} x^2 - y^2 = 20, \\ x + y = 10. \end{cases}$$

Запишем первое уравнение системы в виде $(x - y)(x + y) = 20$ и подставим в него из второго уравнения $x + y = 10$. Получим

$(x - y) \cdot 10 = 20$, откуда $x - y = \dots$.

$$\begin{cases} x - y = \dots\dots, \\ x + y = 10; \end{cases}$$

Решая систему способом сложения, получим $x = \dots\dots$, $y = \dots\dots$.

Ответ. $\dots\dots\dots$

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 61, \\ xy = -30. \end{cases}$$

Сложив почленно первое уравнение и уравнение, полученное из второго умножением обеих его частей на 2, получим $x^2 + y^2 + 2xy = 61 - 60$, или $(x + y)^2 = 1$, откуда $x + y = \pm 1$.

Если $x + y = 1$, то $y = \dots\dots$

Подставив это выражение вместо y во второе уравнение исходной системы, получим

$$x(\dots\dots) = -30.$$

Решим это уравнение:

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

Если $x + y = -1$, то $y = \dots\dots$

Подставив это выражение вместо y во второе уравнение исходной системы, получим

$\dots\dots\dots$

Решим это уравнение:

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

Ответ. $(-5; 6); (6; -5); (5; -6); (-6; 5)$.

$$3) \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1, \\ x - y = 17. \end{cases}$$

Пусть $\sqrt{x} = m$, $\sqrt{y} = n$, тогда $x = \dots\dots$, $y = \dots\dots$, и данную систему можно записать в виде $\begin{cases} \dots\dots = 1, \\ \dots\dots = 17. \end{cases}$

Решим эту систему, записав второе уравнение в виде $(\dots\dots) \cdot (\dots\dots) = 17$. Подставив сюда $m - n = 1$, получим $m + n = \dots\dots$. Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} m + n = \dots\dots \\ m - n = \dots\dots \end{cases}$$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

Находим $m = \dots\dots$, $n = \dots\dots$. Отсюда $x = \dots\dots$, $y = \dots\dots$

Ответ. $\dots\dots\dots$

9 Найти катеты прямоугольного треугольника, если один из катетов на 7 см больше другого, а гипотенуза этого треугольника равна 13 см.

Пусть x см — больший катет, y см — меньший катет. По условию задачи = 7. Согласно теореме Пифагора

Решение задачи сводится к решению системы уравнений

Ответ. 5 см и 12 см.

10 Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} y - 2x = 9, \\ x^2 + 2y = 14, \end{cases}$

$$2) \begin{cases} 4x - y + 1 = 0, \\ x^2 + xy + y^2 = 13, \end{cases}$$

3) $\begin{cases} x^2 - y^2 = -24, \\ x - y = 2, \end{cases}$

§ 33. Различные способы решения систем уравнений

Ⓘ

- 1 Выяснить, какая из пар чисел $(3; 2)$, $(-3; -2)$, $(3; -2)$ является решением системы уравнений
$$\begin{cases} x^3 - 2y^2 = 19, \\ 2x^2 - y^3 + 3xy = 8. \end{cases}$$

Ответ.

- 2 Разделить уравнение $4x^2 - y^4 = 18$ на уравнение $2x + y^2 = 2$.

Ответ.

- 3 Выразить y через x из равенства $2y^2 + 7xy - 4x^2 = 0$.

Ответ.

Ⓜ

- 4 Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 2, \\ xy = -8. \end{cases}$$

По теореме, обратной теореме Виета, искомые числа являются корнями уравнения $z^2 - 2z - 8 = 0$, значит, $z_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+8} = 1 \pm 3$; $z_1 = 4$, $z_2 = -2$, тогда $x_1 = 4$, $y_1 = -2$; $x_2 = -2$, $y_2 = 4$.

Ответ. $(4; -2)$, $(-2; 4)$.

$$1) \begin{cases} x + y = 6, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{6}{5}; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x^2 + 5xy + y^2 = 4, \\ x^2 + 5xy + y^2 = 4; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} y^3 + 2xy - 4x + 4 = 0, \\ x - y = 1. \end{cases}$$

1) Преобразуем второе уравнение системы: $\frac{\dots + \dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$.
Так как $x \neq 0$, $y \neq 0$ и $x + y = 6$, то из второго уравнения (исполь-

зуя первое) получаем $xy = \dots\dots\dots$. По теореме, обратной теореме Виета,

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

Ответ. $\dots\dots\dots$

2) Вычтем из первого уравнения второе, получим $\dots\dots\dots$, откуда $x = \dots\dots\dots$. Из первого уравнения системы при $x = \dots\dots\dots$ находим $y_{1,2} = \dots\dots\dots$.

Ответ. $\dots\dots\dots$

3) Из второго уравнения выразим $x = \dots\dots\dots$. Подставим $x = \dots\dots\dots$ в первое уравнение, получим $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

откуда $y_1 = \dots\dots\dots$, $y_{2,3} = \dots\dots\dots$.

$\dots\dots\dots$

Ответ. $\dots\dots\dots$

5 Решить системы уравнений:

$$1) \begin{cases} 2x^2 + 3xy - 2y^2 = 3, \\ x^2 + 3xy - y^2 = 3; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x - y = 2, \\ \frac{1}{2x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{3}; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^3 - y^3 = 7, \\ x^2 + xy + y^2 = 7; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^3 - 4y^2 + 6xy + 5 = 0, \\ x - y = 1. \end{cases}$$

1) Вычтем из первого уравнения второе. Получим $\dots\dots\dots$, откуда $y_1 = x$, $y_2 = \dots\dots\dots$. При $y = x$ из первого уравнения системы найдём x : $\dots\dots\dots$ $x_{1,2} = \dots\dots\dots$, $y_{1,2} = \dots\dots\dots$. При $y = \dots\dots\dots$ первое уравнение системы $\dots\dots\dots$

Ответ. $\dots\dots\dots$

2) При $x \neq 0$, $y \neq 0$ из второго уравнения системы получаем

О т в е т.

3) Разложим левую часть первого уравнения системы на множители:

Выполнив деление первого уравнения системы на второе, получим

Найденное выражение y через x подставим во второе уравнение системы:

О т в е т.

4) Выразив из второго уравнения y через x , получим

Подставим найденное выражение в первое уравнение:

Левую часть полученного уравнения разложим на множители:

О т в е т.

6 Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5, \\ 2x + 2\sqrt{xy} + y = 34; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - 2y = 2, \\ \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2}. \end{cases}$$

1) Вычтем из второго уравнения первое, возведённое в квадрат (учитывая, что $x \geq 0, y \geq 0$):

Ответ.

2) Из второго уравнения следует, что $\frac{x}{y} > 0$. Обозначим $\sqrt{\frac{x}{y}} = t$, тогда второе уравнение примет вид

и $t_1 = \dots$, $t_2 = \dots$.

Если $t_1 = \dots$, то $\sqrt{\frac{x}{y}} = \dots$, $x = \dots$, и из первого уравнения системы находим

Если $t_2 = \dots$, то

Ответ.

III

7

Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x - 2y = 1, \\ \frac{1}{2y} - \frac{1}{x} = \frac{1}{6}. \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ.

- 8** Найти решения системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 4y = 3, \\ x^2y = 1. \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ.



§ 34. Решение задач с помощью систем уравнений

Ⓘ

- 1** Записать в виде равенства предложение:

1) удвоенное произведение чисел x и y больше их суммы на единицу

2) сумма кубов чисел x и y в три раза больше их суммы

- 2** Составить систему уравнений по условию задачи.

1) Разность произведения чисел x и y и числа x равна нулю, а сумма этого произведения и числа y равна 4: $\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

- 2) Сумма натуральных чисел x и y равна 4, а сумма чисел, обратных числам x и y , равна $\frac{4}{3}$: $\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots, \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$

II

- 3 Решить систему уравнений, полученную в задании 2:

1)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ.

- 4 Бассейн может наполняться водой из двух кранов. Если первый кран будет открыт 10 мин, а второй — в течение 20 мин, то бассейн заполнится целиком. Если первый кран будет открыт в течение 5 мин, а второй — в течение 15 мин, то заполнится $\frac{3}{5}$ объема бассейна. Сколько времени нужно для заполнения бассейна каждым краном в отдельности?

Решение. Примем объем бассейна за 1. Пусть первым краном бассейн заполняется за x мин, а вторым краном за y мин. Тогда $\frac{1}{x}$ — часть бассейна, заполняемая за 1 мин, $\frac{1}{y}$ — часть бассейна, заполняемая за 1 мин.

.....

По условию задачи составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dots + \dots = 1, \\ \dots + \dots = \frac{3}{5}. \end{cases}$$

Из этой системы нужно найти $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{y}$. Вычтем из первого уравнения, умноженного на 3, второе, умноженное на 4:

$$\begin{cases} 3 \cdot \dots + 3 \cdot \dots = 3, \\ 4 \cdot \dots + 4 \cdot \dots = \dots. \end{cases}$$

Находим $\frac{1}{x}$

.....

.....

Вычитая из первого уравнения второе, умноженное на 2, находим $\frac{1}{y}$

.....

.....

Отсюда следует, что для заполнения бассейна первым краном нужно мин, вторым — мин.

- 5** Расстояние между пристанями A и B равно 60 км. Катер на один рейс туда и обратно тратит 5 ч. На путь от A до B по течению реки катер тратит на 1 ч меньше, чем от B до A . Найти собственную скорость катера и скорость течения реки.

Решение. Пусть x км/ч — собственная, y км/ч —, тогда скорость движения катера по течению реки, а против течения — Значит, время движения катера по течению реки составит (ч), а против течения — (ч). По условию задачи составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dots + \dots = \dots, \\ \dots - \dots = \dots. \end{cases}$$

Складывая уравнения, получим

а вычитая из первого уравнения второе, получим

т. е. получим систему $\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots, \\ \dots\dots\dots. \end{array} \right.$

Решая полученную систему уравнений

найдем: $x = \dots\dots\dots$ и $y = \dots\dots\dots$.

Ответ. км/ч, км/ч.

III

- 6** Сумма двух чисел равна 5, а произведение этих чисел на 5 больше их разности. Найти эти числа.

Решение.

Ответ.

- 7** Один катет прямоугольного треугольника на 2 см больше другого. Гипотенуза треугольника равна 10 см. Найти катеты.

Решение. Пусть x см и y см — длины катетов ($x > y$). По условию задачи (и используя теорему Пифагора) составим систему

$\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots, \\ \dots\dots\dots. \end{array} \right.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ.

- 8** Периметр прямоугольника на 57 см больше одной из его сторон. Площадь прямоугольника равна 340 см^2 . Найти длину и ширину прямоугольника.

Решение. Пусть x см и y см — длины сторон прямоугольника. По условию задачи составим систему уравнений

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ.

- 9** Первый комбайн может собрать урожай с поля на 16 ч быстрее второго. Работая вместе, они убрали этот урожай за 23 ч 20 мин. За сколько времени может убрать этот урожай каждый из комбайнов, работая отдельно.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ.

Квадратичная функция

§ 35. Определение квадратичной функции

I

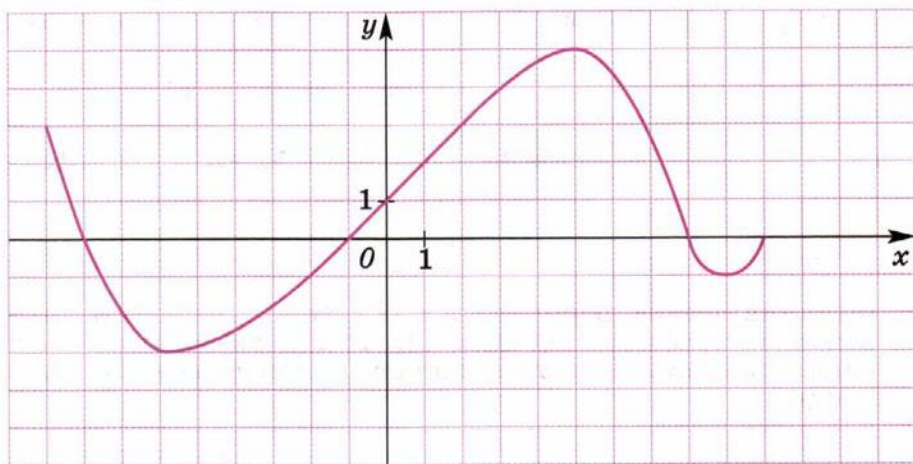
1 Функция задана формулой $y = -2x + 3$. Заполнить пропуски.

1) $y(0) = \dots\dots\dots$ $y(1) = \dots\dots\dots$ $y(-2) = \dots\dots\dots$ $y\left(\frac{1}{2}\right) = \dots\dots\dots$

2) $y = 1$ при $x = \dots\dots\dots$

$y = 0$ при $x = \dots\dots\dots$

2 Функция $y(x)$ задана графиком.



С помощью графика заполнить пропуски.

1) $y(2) = \dots\dots\dots$ $y(0) = \dots\dots\dots$ $y(5) = \dots\dots\dots$

$y(-1) = \dots\dots\dots$ $y(-2) = \dots\dots\dots$ $y(-6) = \dots\dots\dots$

$y(-7) = \dots\dots\dots$ $y(-8) = \dots\dots\dots$ $y(9) = \dots\dots\dots$

2) $y = 5$ при $x = \dots\dots\dots$ $y = -3$ при $x = \dots\dots\dots$

$y = 2$ при $\dots\dots\dots$ $y = 0$ при $\dots\dots\dots$

3) $y > 0$ при $\dots\dots\dots$ $y < 0$ при $\dots\dots\dots$ $y \geq 3$ при $\dots\dots\dots$

3 Функция $y(x)$ задана таблицей.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16

Заполнить пропуски.

1) $y(-3) = \dots\dots\dots$ $y(0) = \dots\dots\dots$ $y(4) = \dots\dots\dots$

2) $y = 9$ при $x = \dots\dots\dots$ и $x = \dots\dots\dots$

$y = 1$ при $x = \dots\dots\dots$ и $x = \dots\dots\dots$

$y = 0$ при $x = \dots\dots\dots$

II

4 Выяснить, являются ли указанные в таблице функции квадратичными, записав в её пустых клетках ответ словом «да» или «нет».

$y = \frac{x^2}{2}$	$y = x + \frac{1}{x}$	$y = x^2 - x$	$y = x^3 + 4$
		да	
$y = -x^2 + 1$	$y = 2x + 3$	$y = \frac{1}{3}x^2 - 5x + 3$	$y = 0,3x^2 + 1$

5 Функция задана формулой $y = x^2 - 3x + 4$. Выяснить, принадлежат ли графику этой функции точки, указанные в таблице. (Ответ записать в пустых клетках с помощью слов «да» или «нет».)

(0; 4)	(-1; 2)	(3; 4)	(-4; 0)	(5; 44)	(-6; 58)	$\left(\frac{1}{2}; \frac{23}{4}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}; \frac{23}{4}\right)$
	нет						

6 Записать в пустых клетках таблицы те из чисел -3, -2, 0, 1, 4, которые являются нулями соответствующей квадратичной функции.

$y = x^2 + x$	$y = x^2 + x - 2$	$y = x^2 + 3x$	$y = x^2 - 3x - 4$
0			

7 Функция задана формулой $y = 3x^2 - x + 1$. Заполнить таблицу.

x	0	-2	4	3	-5	6	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
y					81			

Если x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, то $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$.

8 Числа x_1 и x_2 — нули квадратичной функции $y = x^2 + px + q$. Заполнить пропуски в таблице соответствующими значениями p и q .

$x_1 = 0$ $x_2 = -1$	$x_1 = 1$ $x_2 = 2$	$x_1 = -3$ $x_2 = 2$	$x_1 = -4$ $x_2 = -3$
$p = \dots\dots$ $q = \dots\dots$	$p = -3$ $q = 2$	$p = \dots\dots$ $q = \dots\dots$	$p = \dots\dots$ $q = \dots\dots$

9 Записать в пустых клетках таблицы координаты точек пересечения графиков данных функций.

$y = x^2 - 4x + 4$ $y = 4x - 8$	$y = x^2 - 2x - 8$ $y = \frac{x^2}{2} - x + \frac{19}{2}$	$y = 2x^2 - 3x + 4$ $y = x^2 - x + 7$	$y = 3x^2 + x + 5$ $y = 5x^2 + 7x - 3$
(6; 16), (2; 0)			

III

10 Даны функции

$$y = \frac{x^2}{3} - 3, y = 1 - 3x, y = x^3 - x^2 + x,$$

$$y = \frac{x+1}{x}, y = 1 + x^2, y = 4x^2 - 12x + 9.$$

- 1) Подчеркнуть те из них, которые являются квадратичными.
- 2) Найти нули каждой из квадратичных функций.

.....

3) Найти $y(-2)$ для каждой из квадратичных функций.

4) Для каждой из квадратичных функций найти те значения x , при которых $y = 1$.

§ 36. Функция $y = x^2$

①

1 Функция задана формулой $y = x^2$. Заполнить пропуски.

$$y(0) = \dots \quad y(5) = \dots \quad y(-7) = \dots$$

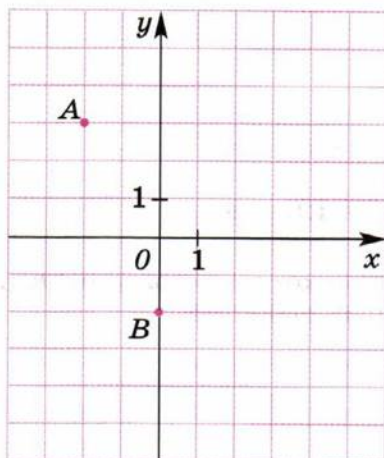
$$y\left(-\frac{1}{2}\right) = \dots \quad y(0,3) = \dots \quad y(-1) = \dots$$

2 Выяснить, принадлежит ли графику функции $y = x^2$ указанная точка (ответ записать словом «да» или «нет»).

1) $A(9; -81)$; 2) $B(-9; 81)$; 3) $C\left(1\frac{1}{2}; 2\frac{1}{4}\right)$; 4) $D(-0,1; -0,01)$.

Ответ. 1) 2) 3) 4)

3 На рисунке даны точки A и B . Построить точки:



1) A' и B' , симметричные данным точкам A и B относительно оси Oy , и записать их координаты:

$A'(\dots; \dots)$, $B'(\dots; \dots)$;

2) A'' и B'' , симметричные данным точкам A и B относительно оси Ox , и записать их координаты:

$A''(\dots; \dots)$, $B''(\dots; \dots)$;

3) A''' и B''' , симметричные данным точкам A и B относительно начала координат, и записать их координаты:

$A'''(\dots; \dots)$, $B'''(\dots; \dots)$.

II

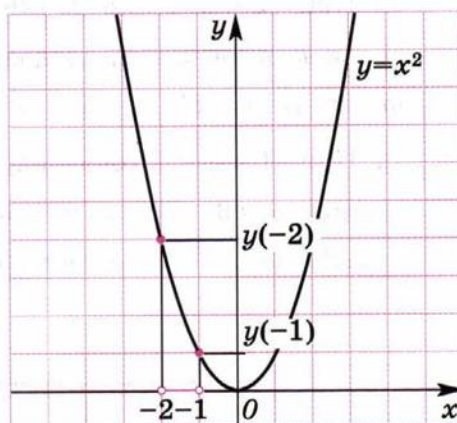
- 4 Точка A задана своими координатами. Точка B симметрична точке A относительно оси Oy . Точка C симметрична точке A относительно оси Ox . Точка D симметрична точке A относительно начала координат. Заполнить таблицу.

Координаты точки A	$(-1; 2)$	$(0; -3)$	$(2; 4)$	$(3; -5)$	$(-5; -1)$
Координаты точки B			$(-2; 4)$		
Координаты точки C			$(2; -4)$		
Координаты точки D			$(-2; -4)$		

Выписать координаты той из точек, которая принадлежит графику функции $y = x^2$.

Ответ.

- 5 С помощью рисунка выяснить, является ли функция $y = x^2$ возрастающей на промежутках, указанных в таблице (ответ записать с помощью слов «да» или «нет»):

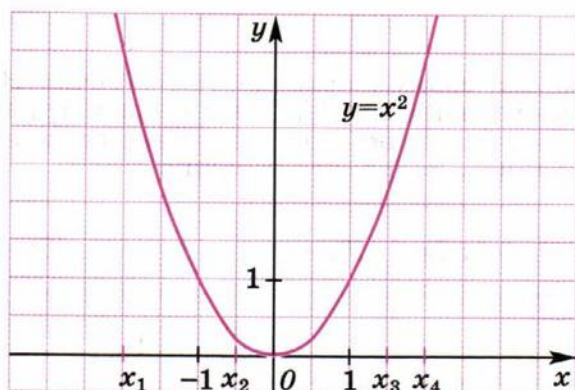


$(-2; -1)$	нет
$[-3; 1]$	
$[2; 3]$	
$[0; 2,5]$	
$(-2; 3)$	

- 6 С помощью графика функции $y = x^2$, изображённого на рисунке (с. 48), найти $y(x_1)$, $y(x_2)$, $y(x_3)$, $y(x_4)$.

Сравнить значения аргументов: x_1 ☐ x_2 , x_3 ☐ x_4 .

Сравнить соответствующие значения функций: $y(x_1)$ ☐ $y(x_2)$,
 $y(x_3)$ ☐ $y(x_4)$.



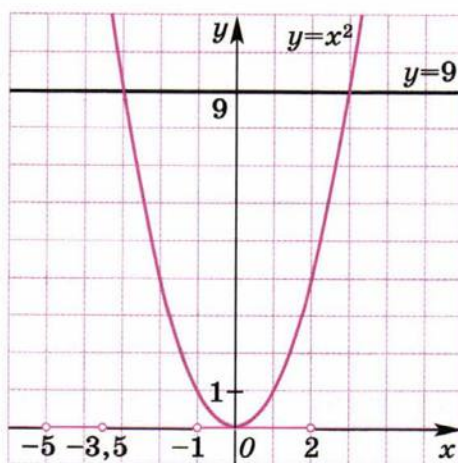
Выяснить, является ли функция возрастающей или убывающей на промежутке, и заполнить пропуски в предложениях.

- 1) Функция $y = x^2$ является на промежутке $x \geq 0$.
- 2) Функция $y = x^2$ является на промежутке $x \leq 0$.

7 С помощью рисунка выполнить необходимые построения и заполнить пропуск словом: «выше»; «ниже»; «меньше»; «больше».

1) При $-5 < x < -3,5$ точки параболы $y = x^2$ лежат точек прямой $y = 9$, следовательно, при $-5 < x < -3,5$ значения функции $y = x^2$ значений функций $y = 9$.

2) При $-1 < x < 2$ точки параболы $y = x^2$ лежат точек прямой $y = 9$, следовательно, при $-1 < x < 2$ значения функции $y = x^2$ значений функции $y = 9$.



- 8 Выяснить, является ли точка A (см. таблицу) точкой пересечения параболы $y = x^2$ и соответствующей прямой, записав в нижней строке таблицы слово «да» или «нет».

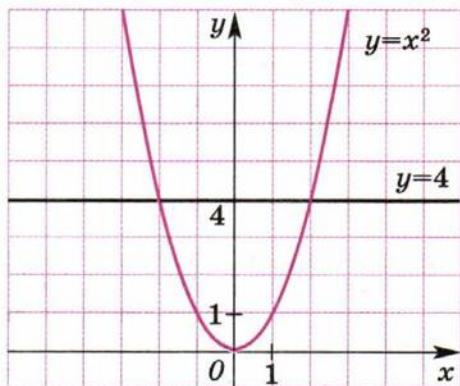
Прямая	$y = x - 1$	$y = -2x + 3$	$y = 3x + 4$	$y = \frac{x}{2} - 1$
Точка A	(2; 1)	(-3; 9)	(4; 16)	(1; 1)
Ответ		да		

- 9 Отметить на рисунке и записать в ответе:

- 1) абсциссы x_1 и x_2 точек пересечения графиков функций $y = x^2$ и $y = 4$;
- 2) какой-нибудь отрезок на оси Ox , соответствующий тем значениям аргумента, при которых график функции $y = x^2$ расположен: а) выше прямой $y = 4$; б) ниже прямой $y = 4$;
- 3) какой-нибудь отрезок на оси Ox , соответствующий тем значениям аргумента, при которых значения функции $y = x^2$ больше значений функции $y = 4$.

Ответ.

- 1) $x_1 = \dots\dots\dots$, $x_2 = \dots\dots\dots$.
- 2) а) [$\dots\dots$; $\dots\dots$]; б) [$\dots\dots$; $\dots\dots$];
- 3) [$\dots\dots$; $\dots\dots$].



- 10 Используя рисунок к предыдущей задаче, выяснить, лежат ли выше прямой $y = 4$ все точки параболы $y = x^2$, принадлежащие соответствующему промежутку. Ответ («да» или «нет») записать в нижней строке таблицы.

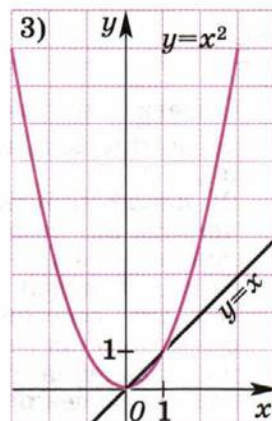
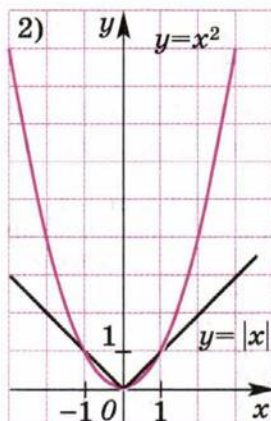
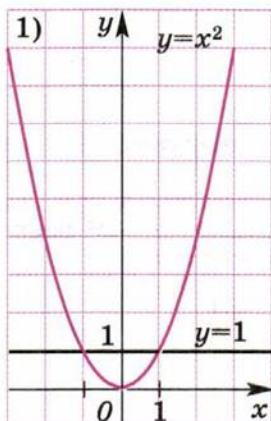
(-5; 3)	(1; 5)	(-3; 2)	($\sqrt{5}$; 4)	(-4; $-2\sqrt{2}$)	(-4; $\sqrt{3}$)	($\sqrt{10} - 1$; 3)
	нет					

- 11 Заполнить пропуски.

- 1) Точка $A(3; a)$ принадлежит графику функции $y = x^2$ при $a = \dots\dots\dots$
- 2) Точка $B(a; 11)$ принадлежит графику функции $y = x^2$ при $a = \dots\dots\dots$
- 3) Точка $C(-\sqrt{5}; a)$ принадлежит графику функции $y = x^2$ при $a = \dots\dots\dots$

12* С помощью рисунка найти все значения x , при которых точки графика функции $y = x^2$ удовлетворяют условиям:

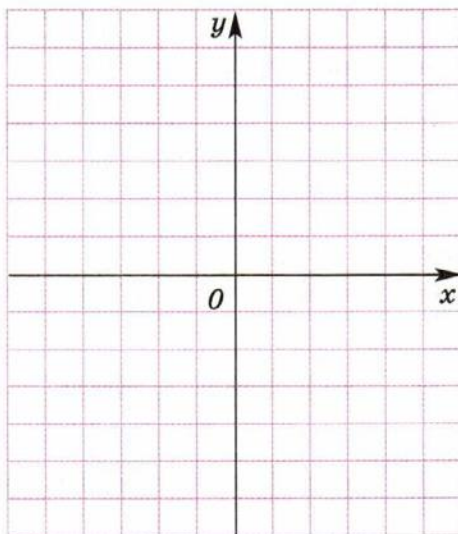
- 1) лежат выше прямой $y = 1$:
- 2) принадлежат графику $y = |x|$:
- 3) лежат ниже прямой $y = x$:



III

13* На одном рисунке построить графики функций $y = x^2$ и $y = 5x - 6$. Найти координаты точек пересечения графиков этих функций и изобразить на оси Ox какой-нибудь отрезок, соответствующий тем значениям аргумента, при которых:

- 1) значения функции $y = x^2$ больше значений функции $y = 5x - 6$;
- 2) значения функции $y = x^2$ меньше значений функции $y = 5x - 6$.



§ 37. Функция $y = ax^2$

①

1 Вычислить:

1) $\left(1\frac{2}{3}\right)^2 = \dots\dots\dots$

2) $\left(-2\frac{1}{2}\right)^2 = \dots\dots\dots$

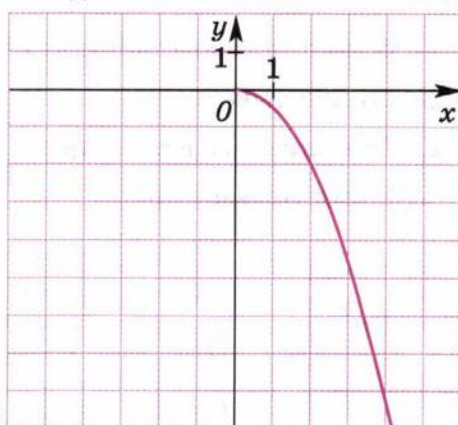
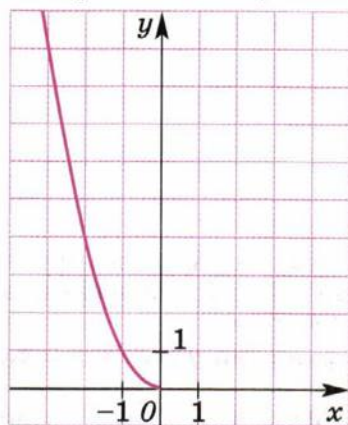
3) $3 \cdot (-6)^2 = \dots\dots\dots$

4) $-4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \dots\dots\dots$

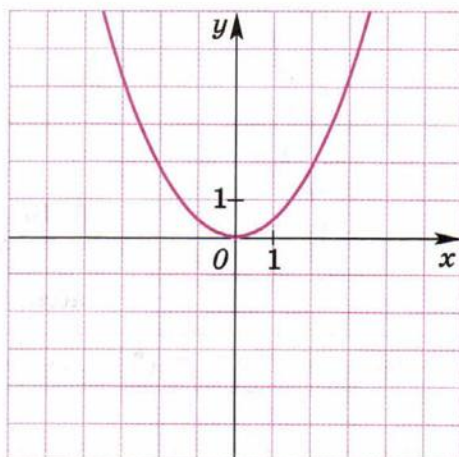
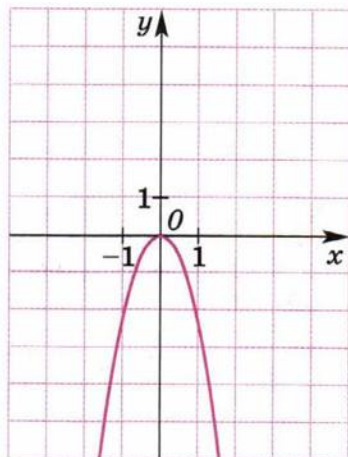
5) $-\frac{1}{2}(-5)^2 = \dots\dots\dots$

6) $-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \dots\dots\dots$

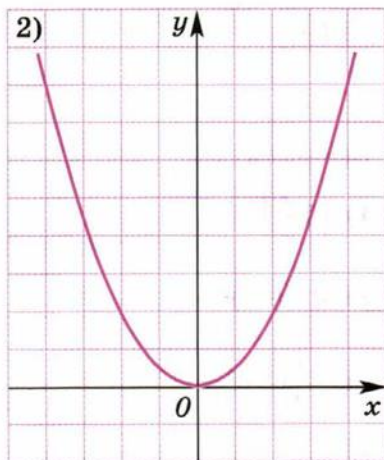
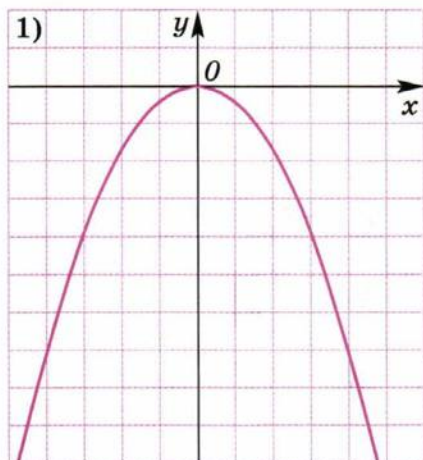
2 Построить линии, симметричные данным относительно оси Oy .



3 Построить линии, симметричные данным относительно оси Ox .

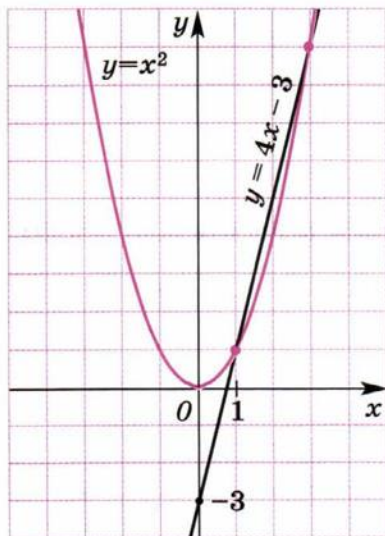


4 С помощью графика функции заполнить пропуски.



1) Функция возрастает при x
 функция убывает при

2) Функция возрастает при
 функция убывает при



5 С помощью графиков функций $y = x^2$ и $y = 4x - 3$ найти значения аргумента, при которых:

- 1) значения функций $y = x^2$ и $y = 4x - 3$ равны;
- 2) значения функции $y = x^2$ меньше значений функции $y = 4x - 3$.

Ответ. 1)

2)

II

6 Выяснив, принадлежат ли данные в таблице точки графику функции $y = -3x^2$, записать в нижней строке этой таблицы слово «да» или «нет».

$(\sqrt{3}; -9)$	$(\sqrt{2}; 6)$	$(3; -27)$	$(11; -163)$	$(\sqrt{6}; 18)$	$(-9; 243)$
		да			

- 7 Даны парабола и прямая. Определить направление ветвей параболы, записав в третьей строке таблицы слово «вверх» или «вниз». Выяснить, пересекает ли парабола прямую, и записать в нижней строке слово «да» или «нет».

Парабола	$y = 3x^2$	$y = -2x^2$	$y = \frac{1}{3}x^2$	$y = -\frac{1}{4}x^2$
Прямая	$y = 5$	$y = \frac{1}{2}$	$y = -\frac{1}{4}$	$y = -2$
Направление ветвей параболы		вниз		
Наличие общих точек у параболы и прямой		нет		

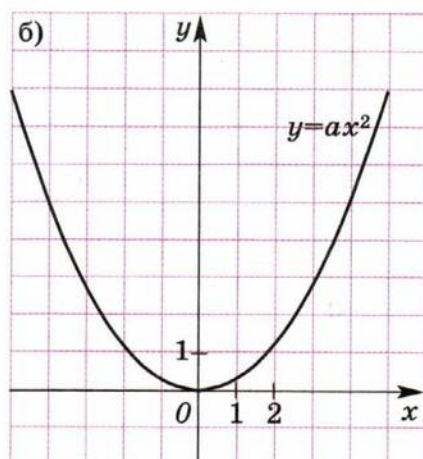
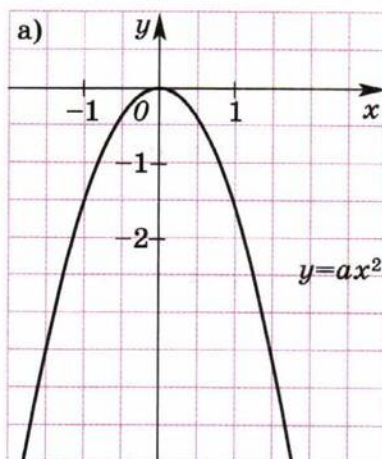
- 8 Заполнить пропуски.

- 1) График функции $y = 4x^2$ получается графика функции $y = x^2$ от оси вдоль оси в раз(а).
- 2) График функции $y = \frac{1}{5}x^2$ получается графика функции $y = x^2$ к оси вдоль оси в раз(а).
- 3) График функции $y = -\frac{1}{3}x^2$ симметричен графику функции относительно оси

- 9 Задайте формулой функцию, график которой симметричен графику функции $y = \frac{1}{2}x^2$ относительно оси Ox .

Ответ.

- 10 Функция $y = ax^2$ задана графиком.



1) На каждом из рисунков выделить цветным карандашом ту часть графика, где функция возрастает, а на оси Ox выделить соответствующие значения аргумента.

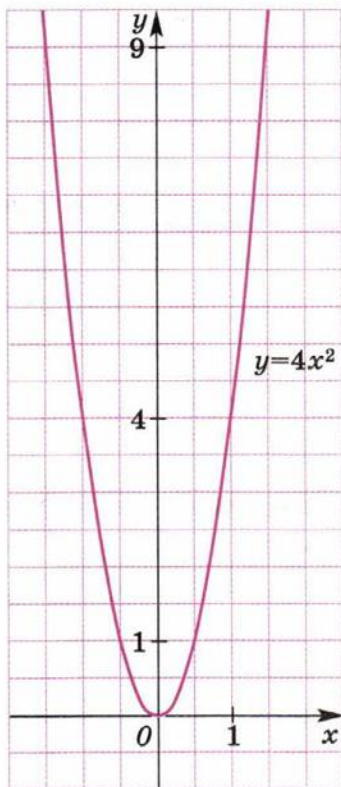
2) Сравнить значения коэффициента a с нулём.

Ответ. а) $a \square 0$; б) $a \square 0$.

3) Сравнить значения $|a|$ с единицей.

Ответ. а) $|a| \square 1$; б) $|a| \square 1$.

11 Даны функции: $y = 0,1x^2$, $y = -10x^2$, $y = -\sqrt{2}x^2$, $y = 1,5x^2$, $y = -x^2$. Подчеркнуть функции, возрастающие при $x \leq 0$.



12 Используя график функции $y = 4x^2$, найти значения x , при которых:

1) $y < 4$; 2) $y \leq \frac{1}{4}$; 3) $y \geq 9$; 4) $y > 1$.

1) $y < 4$ при

2) $y \leq \frac{1}{4}$ при

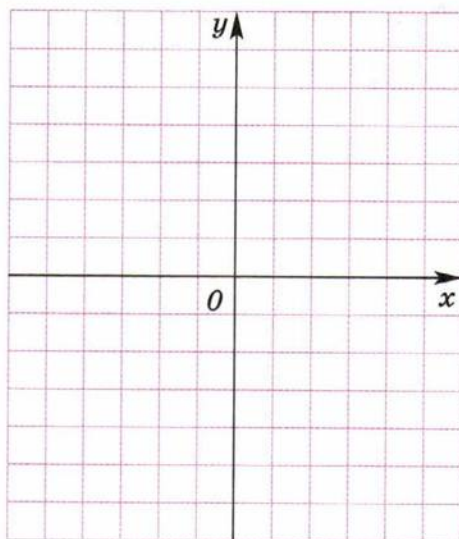
3) $y \geq 9$ при

4) $y > 1$ при

13 Записать в нижней строке таблицы координаты точек пересечения параболы и прямой.

$y = 2x^2$	$y = -3x^2$	$y = \frac{1}{2}x^2$	$y = -3x^2$
$y = 0$	$y = x$	$y = 3x - 4$	$y = 4x + 1$
	$(0; 0)$ $(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3})$		

- 14 На одной координатной плоскости построить графики функций $y = \frac{1}{2}x^2$ и $y = x + 1\frac{1}{2}$. С помощью графиков выяснить, при каких значениях x значения функции $y = \frac{1}{2}x^2$ больше значений функции $y = x + 1\frac{1}{2}$.



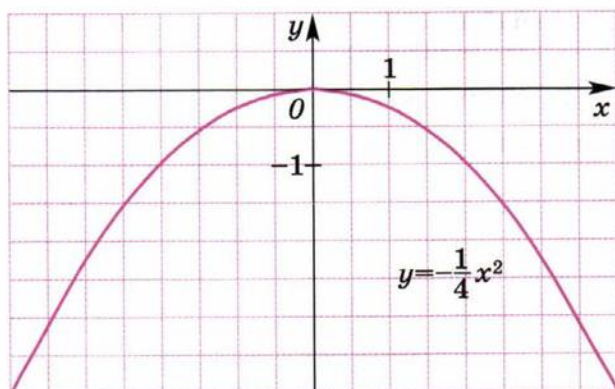
- 15 Найти значение a , при котором парабола $y = ax^2$ и данная прямая пересекаются в точке с абсциссой x_0 . Заполнить пустые клетки таблицы.

Парабола	$y = ax^2$	$y = ax^2$	$y = ax^2$	$y = ax^2$
Прямая	$y = x$	$y = -x$	$y = 2x - 4$	$y = 3 - 4x$
x_0	2	$\frac{1}{3}$	0	-3
a		-3		

- 16** Записать в таблицу значение a , при котором $y = ax^2$ проходит через заданную точку.

Точка	$\left(-3; \frac{1}{3}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$	$(2; 2)$	$(\sqrt{3}; -1)$
a				

- 17** С помощью графика функции $y = -\frac{1}{4}x^2$ решить неравенство $-\frac{1}{4}x^2 \geq -1$.



Ответ.

- 18** Выяснить, является ли заданная квадратичная функция возрастающей или убывающей на указанном в таблице промежутке. Записать в соответствующей клетке таблицы знак $\uparrow$ (возрастание) или $\downarrow$ (убывание) либо слово «нет», если функция не является ни возрастающей, ни убывающей на этом промежутке.

Функция	$y = \frac{1}{2}x^2$	$y = -3x^2$	$y = \sqrt{5}x^2$	$y = -3\sqrt{3}x^2$
Промежуток	$(-1; 0)$	$(2; 3)$	$(4; 6)$	$(-3; -\sqrt{2})$
Возрастание или убывание		$\downarrow$		

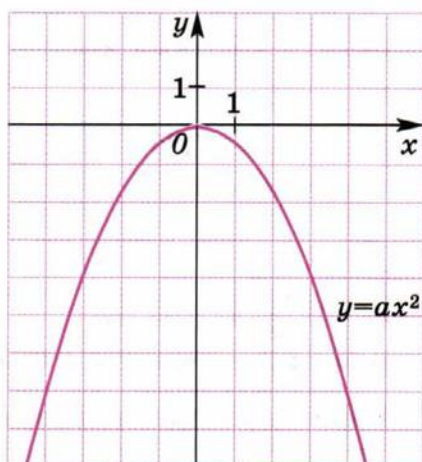
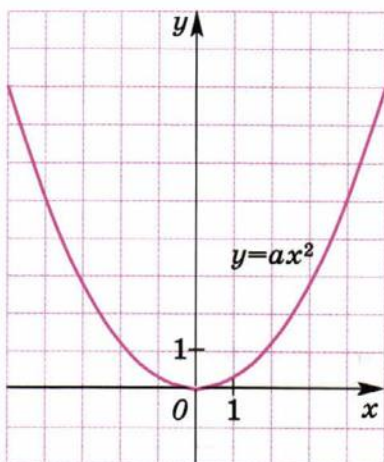
III

- 19** На листочке в клетку с масштабом 1 кл. = 1 ед. построить графики функций: 1) $y = x^2$; 2) $y = 2x^2$; 3) $y = \frac{1}{2}x^2$. Вырезать модели парабол по построенным линиям, наклеить их на картон и использовать в дальнейшем как шаблоны.

§ 38. Функция $y = ax^2 + bx + c$

1

- 1 С помощью графика функции $y = ax^2$, изображённого на рисунке, заполнить пропуски в соответствии со свойствами данной функции.



- а) a ☐ 0.
 б) Функция принимает значения при $x \neq 0$.
 в) График функции симметричен относительно
 г) Функция при $x \leq 0$;
 функция при $x \geq 0$.

- а) a ☐ 0.
 б) Функция принимает значения при $x \neq 0$.
 в) График функции симметричен относительно
 г) Функция при $x \leq 0$;
 функция при $x \geq 0$.

- 2 Найти значение выражения $2x^2 - 3x + 1$ при:

- 1) $x = 0$
 2) $x = 1$
 3) $x = -1$
 4) $x = -2$

3 Привести выражение к виду $ax^2 + bx + c$.

1) $(x + 3)^2 - 5 = \dots\dots\dots$

2) $-3(x - 2)^2 + 5 = \dots\dots\dots$

4 Представить в виде квадрата двучлена.

1) $x^2 - 6x + 9 = \dots\dots\dots$

2) $x^2 + 3x + 2,25 = \dots\dots\dots$

5 Выделить полный квадрат.

1) $x^2 - 6x + 7 = \dots\dots\dots$

2) $x^2 - 5x + 7,25 = \dots\dots\dots$

II

$x_0 = -\frac{b}{2a}, y_0 = y(x_0),$

$A(x_0; y_0)$ — вершина параболы $y = ax^2 + bx + c$.

6 Записать координаты вершины параболы.

$y = x^2 - 8x + 13$	$y = x^2 + 9x - 3$	$y = -2x^2 + 4x - 5$	$y = -3x^2 + 12x + 7$
	$(-4, 5; 57, 75)$		

7 Найти координаты вершины параболы.

$y = (x + 1)^2 - 2$	$y = 2(x - 3)^2 - 4$	$y = -3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1$	$y = -4(x - 2)^2 - 5$
$(-1; -2)$			

.....

.....

.....

8 Найти на оси Ox точку x_0 , через которую проходит ось симметрии параболы.

$y = x^2 - 4$	$y = x^2 - 4x$	$y = x^2 - 3x + 4$	$y = 2x^2 + 5x + 6$
$x_0 = \dots\dots$	$x_0 = 2$	$x_0 = \dots\dots$	$x_0 = \dots\dots$

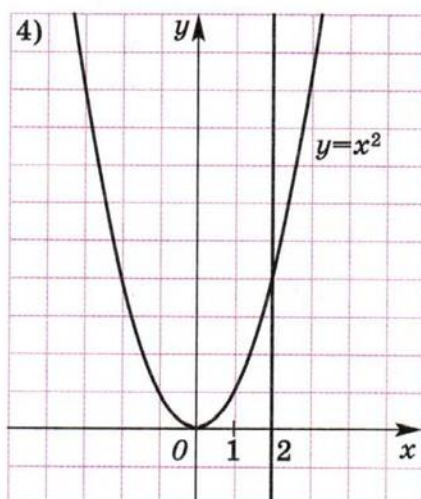
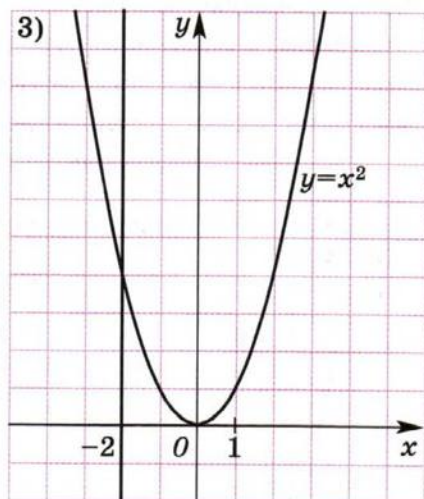
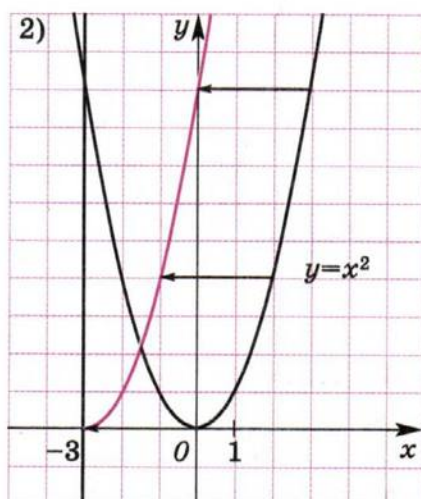
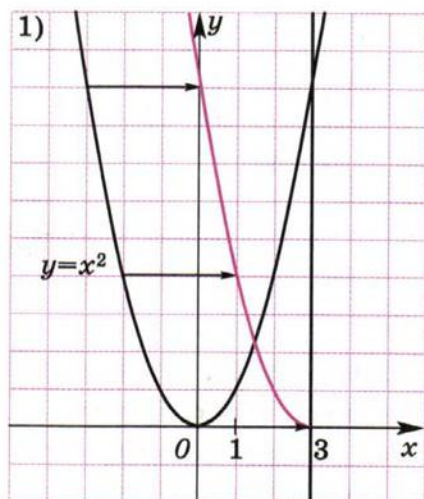
9 На рисунке изображён график параболы $y = x^2$. Построить с помощью сдвига вправо (влево) график функции:

1) $y = (x - 3)^2$;

2) $y = (x + 3)^2$;

3) $y = x^2 + 4x + 4$;

4) $y = x^2 - 4x + 4$.



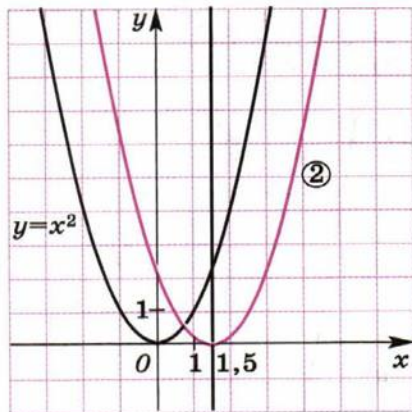
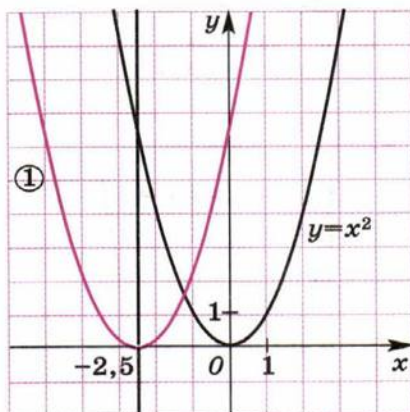
.....

.....

.....

.....

10 С помощью рисунка заполнить пропуски.

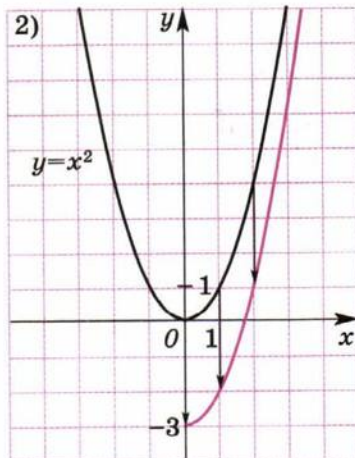
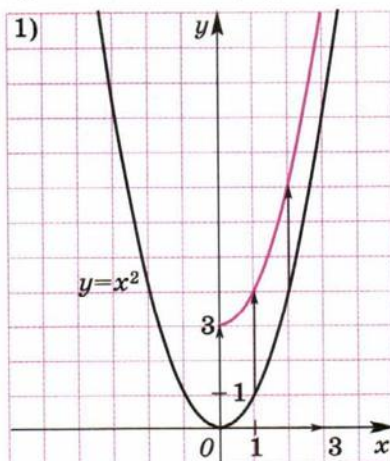


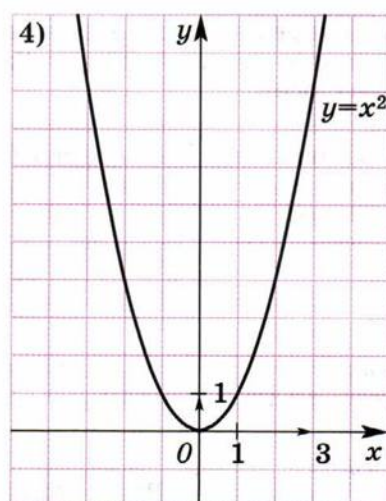
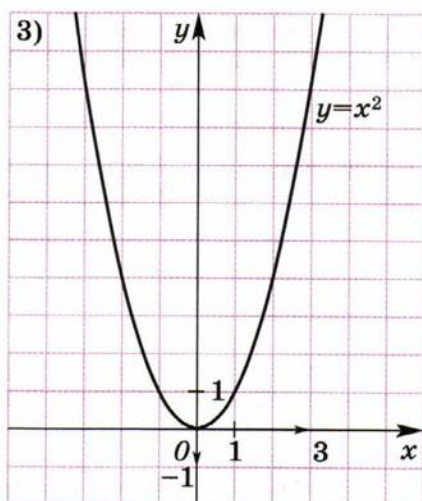
Парабола (1), полученная из параболы $y = x^2$ сдвигом на единиц, является графиком функции $y = (\dots\dots\dots)^2$. Функция, заданная графиком (1), возрастает при x Функция, заданная графиком (1), при $x \neq -2,5$ принимает значения.

Парабола (2), полученная из параболы $y = x^2$ сдвигом на единиц, является графиком функции $y = (\dots\dots\dots)^2$. Функция, заданная графиком (2), возрастает при x Функция, заданная графиком (2), при всех действительных значениях x принимает значения.

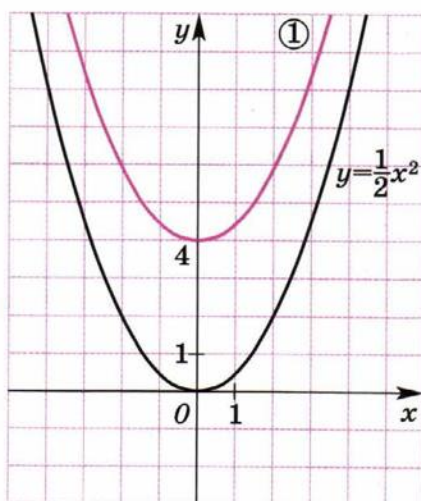
11 На рисунке изображён график функции $y = x^2$. С помощью сдвига вверх (вниз) построить график функции:

- 1) $y = x^2 + 3$; 2) $y = x^2 - 3$; 3) $y = x^2 - 1$; 4) $y = x^2 + 1$.

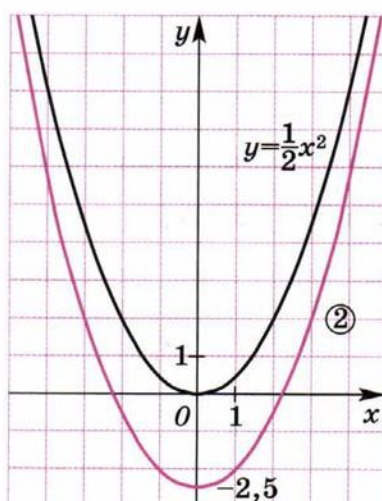




12 С помощью графика заполнить пропуски.



Парабола ①, полученная из параболы $y = \frac{1}{2}x^2$ сдвигом на единиц, является графиком функции $y = \dots\dots\dots$.
 Функция убывает при $x \dots\dots\dots$.
 Функция при всех действительных значениях x принимает значения.



Парабола ②, полученная из параболы $y = \frac{1}{2}x^2$ сдвигом на единиц, является графиком функции $y = \dots\dots\dots$.
 Функция убывает при $x \dots\dots\dots$.
 Функция на отрезке $[0; 1]$ принимает значения.

- 13** Записать в нижней строке таблицы уравнение параболы, полученной из параболы $y = 3x^2$ сдвигом вдоль одной из координатных осей.

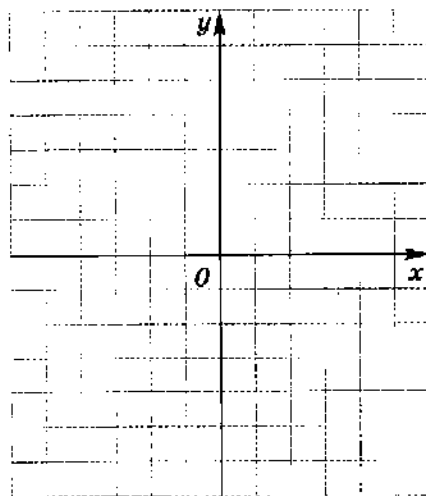
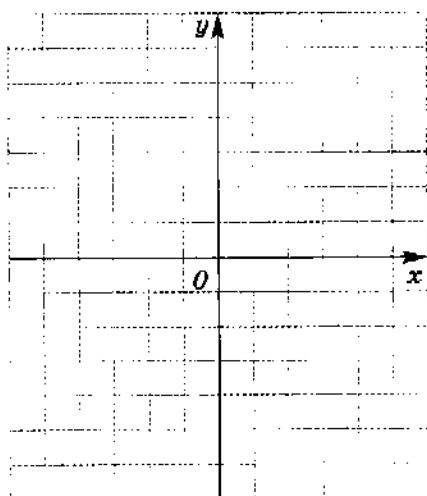
Вдоль оси Ox на 4 ед. вправо	Вдоль оси Ox на 1,5 ед. влево	Вдоль оси Oy на 2 ед. вниз	Вдоль оси Oy на 5 ед. вверх
	$y = 3(x + 1,5)^2$		

- 14** Записать в нижней строке таблицы уравнение параболы, полученной из параболы $y = -2x^2$ сдвигом вдоль координатных осей.

Вдоль оси Ox на 3 ед. влево и вдоль оси Oy на 0,5 ед. вниз	Вдоль оси Ox на 2 ед. вправо и вдоль оси Oy на 4 ед. вверх	Вдоль оси Ox на 5 ед. влево и вдоль оси Oy на 2 ед. вверх	Вдоль оси Ox на 4 ед. вправо и вдоль оси Oy на 0,4 ед. вниз
	$y = -2(x - 2)^2 + 4$		

- 15** На одной и той же координатной плоскости построить графики функций $y = 2x^2$, $y = 2(x + 3)^2$ и $y = 2(x + 3)^2 - 1$, используя шаблон параболы $y = 2x^2$.

- 16** На одной и той же координатной плоскости построить графики функций $y = -x^2$, $y = -(x - 2)^2$, $y = -(x - 2)^2 + 4$, используя шаблон параболы $y = x^2$.



- 17*** Записать уравнение параболы, если известны координаты точек её пересечения с координатными осями.

(1; 0) (2; 0) (0; -4)	(8; 0) (3; 0) (0; 24)	(-4; 0) (-5; 0) (0; 5)	(-3; 0) (5; 0) (0; 3)
$y = -2x^2 + 6x - 4$	$y = \dots\dots\dots$	$y = \dots\dots\dots$	$y = \dots\dots\dots$

.....

.....

.....

- 18*** Найти координаты точек пересечения параболы с координатными осями.

$y = (x + 1)(x - 3)$	$y = 3x^2 - 2x$	$y = 4x^2 + 4x + 1$	$y = -8x^2 + 7x - 2$
.....	(0; 0)		
.....	$\left(\frac{2}{3}; 0\right)$		
.....	(0; 0)		

.....

.....



- 19** Найти координаты вершины параболы, указать направление ветвей параболы ($\uparrow$ или $\downarrow$).

$y = x^2 - 2x + 7$	$y = -0,5x^2 + 4x - 1$	$y = (x - 2)(x + 4)$
(1; 6)		
$\uparrow$		

.....

.....

.....

- 20** Найти значение k в уравнении параболы, если ей принадлежит точка $A(x_1; y_1)$. Заполнить таблицу.

Уравнение параболы	$y = kx^2 - 5x + 6$	$y = 3x^2 + kx + 4$	$y = 4x^2 - 3x + k$
$A(x_1; x_2)$	$(2; 0)$	$(-1; 9)$	$(1; 3)$
k	1		

§ 39. Построение графика квадратичной функции

①

- 1** Для функции $y = x^2 - 3x + 1$ заполнить таблицу:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y			5					

- 2** Решить уравнение:

1) $x^2 - 2x - 35 = 0$

2) $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3 = 0$

3) $-x^2 + 12x - 36 = 0$

Ответ. 1)

2); 3)

- 3** Записать координаты точки пересечения графика заданной функции с осью ординат.

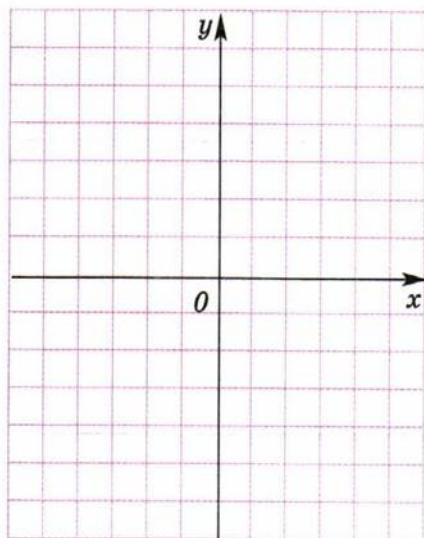
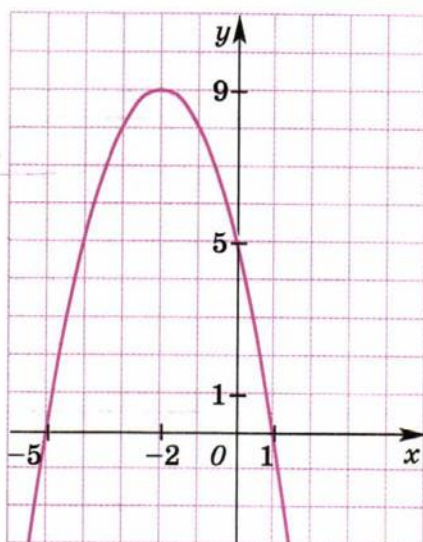
1) $y = \frac{1}{8}x + 3$, (.....;);

2) $y = -5x^2 + 3x - 4$, (.....;);

3) $y = 2x^3 + 3x^2 - 2x + 7$, (.....;).

4 Заполнить таблицу.

Уравнение параболы	$y = x^2 - 6x + 9$	$y = 2x - x^2$	$y = -2x^2 + 7x + 4$	$y = 3x^2 - 5x + 4$
Координаты вершины	(3; 0)			
Координаты точек пересечения с осью Oy	(0; 9)			
Координаты точек пересечения с осью Ox	(3; 0)			
Эскиз графика				



5 На рисунке изображён график квадратичной функции. С помощью графика заполнить пропуски в предложениях.

1) Функция принимает положительные значения при и отрицательные значения при

2) Функция возрастает при и убывает при

3) Функция принимает наибольшее значение, равное, при $x = \dots\dots\dots$.

6 1) Построить график функции $y = x^2 - x - 2$, используя схему:
а) вычислить координаты вершины параболы

$x_0 = \dots\dots\dots$

$y_0 = \dots\dots\dots$

б) провести ось симметрии параболы через точку с абсциссой

$x_0 = \dots\dots\dots$

в) найти нули функции

.....
.....

г) найти точку пересечения параболы с осью Oy ;

$x = 0$, $y = \dots\dots\dots$ и координаты точки, симметричной данной $(0; \dots\dots)$ относительно оси симметрии параболы $(\dots\dots; \dots\dots)$.

2) С помощью построенного графика заполнить пропуски в предложениях.

а) Функция принимает положительные значения при

б) Функция принимает отрицательные значения при

в) Функция принимает наибольшее значение, равное, при $x = \dots\dots\dots$

7 1) Построить график функции $y = (x + 1)(3 - x)$ по схеме, изложенной в задаче 6 (1).

а)

б)

в)

г)

2) Заполнить пропуски в предложениях.

а) Функция принимает положительные значения при

б) Функция убывает при

в) Наибольшее значение функции равно

8 1) Построить график функции $y = -x^2 + 2x - 5$.

.....

.....

.....

.....

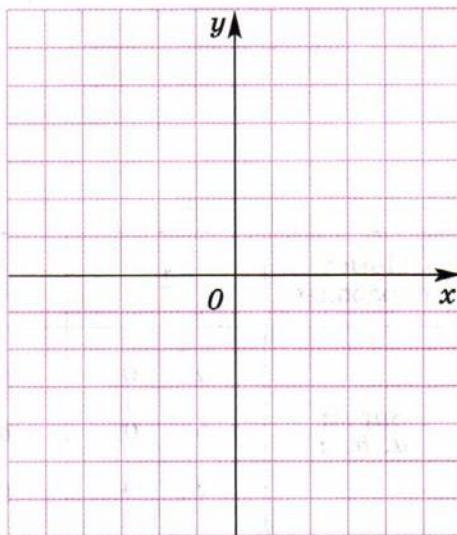
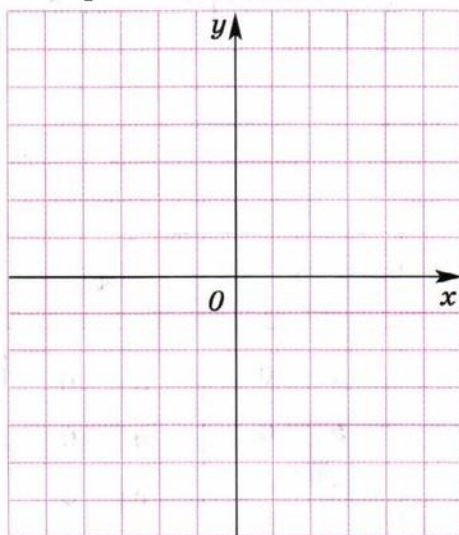
.....

2) Заполнить пропуски в предложениях.

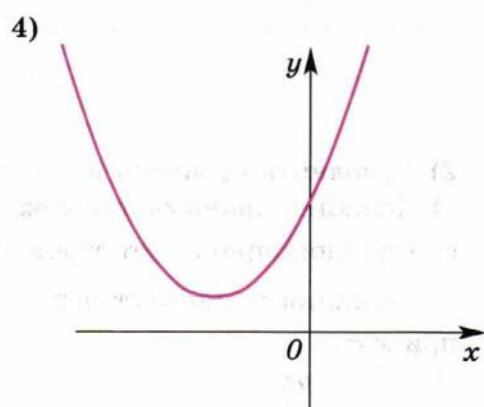
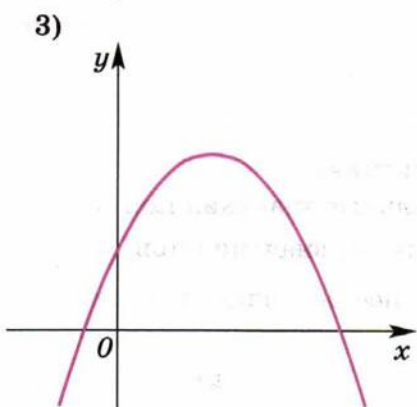
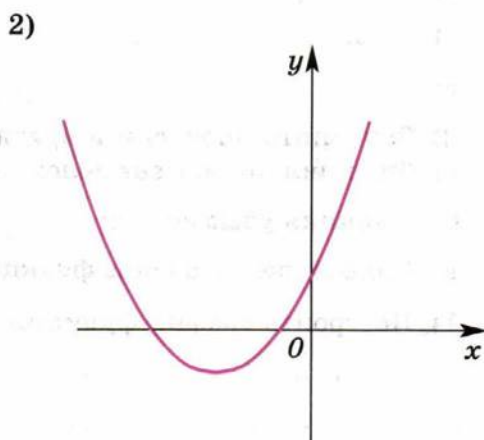
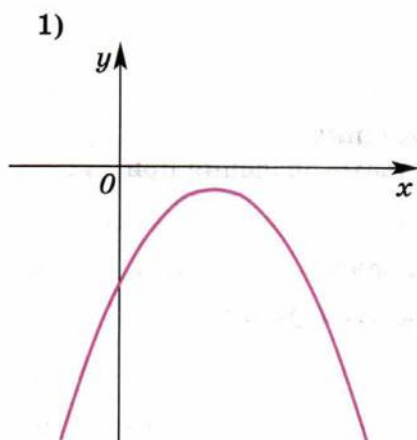
а) Функция принимает положительные значения при

б) Функция принимает отрицательные значения при

в) Функция принимает наи.....шее значение, равное,
при $x =$



9* Определить знаки коэффициентов уравнения параболы $y = ax^2 + bx + c$, используя рисунки параболы. Заполнить пропуски в таблице знаками «>» или «<».



Номер параболы	1	2	3	4
Знаки a, b, c	$a \square 0$	$a \square 0$	$a \square 0$	$a \square 0$
	$b \square 0$	$b \square 0$	$b \square 0$	$b \square 0$
	$c \square 0$	$c \square 0$	$c \square 0$	$c \square 0$

- 10*** Записать уравнение параболы, симметричной исходной относительно одной из координатных осей. Заполнить таблицу.

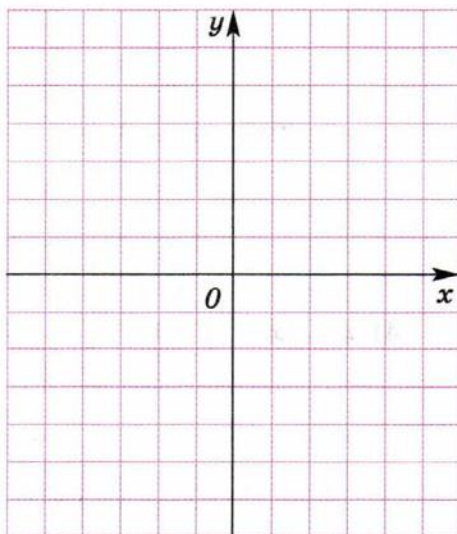
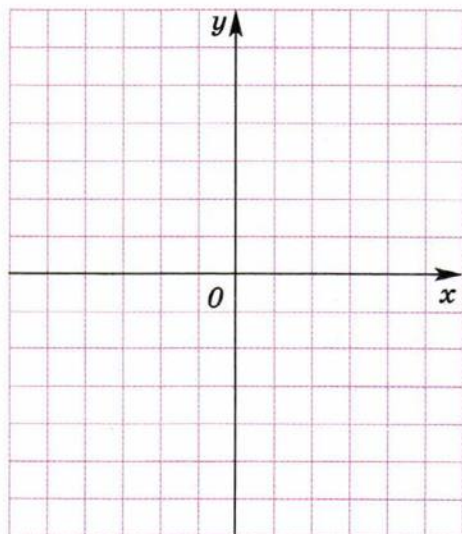
Исходная парабола	Парабола, симметричная исходной	
	относительно Oy	относительно Ox
$y = (x - 1)^2 - 2$		
$y = -3(x + 1)^2 + 4$	$y = -3(x - 1)^2 + 4$	$y = 3(x + 1)^2 - 4$
$y = x^2 + 3x - 4$		
$y = -2x^2 + 4x - 5$		

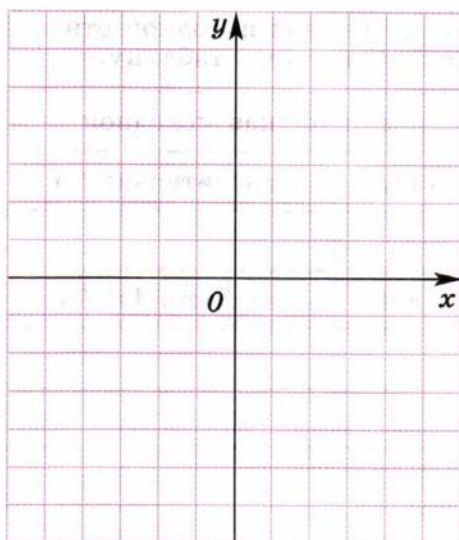
- 11*** На одной и той же координатной плоскости построить графики функций: 1) $y = x^2 - 2x$; 2) $y = |x^2 - 2x|$; 3) $y = x^2 - 2|x|$.

- 12*** Построить график функции $y = x^2 + 2|x| - 8$ и с его помощью заполнить пропуски.

1) Функция принимает отрицательные значения при

2) Функция возрастает при





III

13 Построить график функции $y = x^2 - 2x - 3$ и с его помощью заполнить пропуски в предложениях.

1) Функция принимает положительные значения при

2) Функция убывает при

3) Функция принимает наименьшее значение, равное, при $x =$

14 Не строя график квадратичной функции, найти наибольшее (наименьшее) её значение и соответствующее значение x .

1) $y = x^2 + 3x + 4$

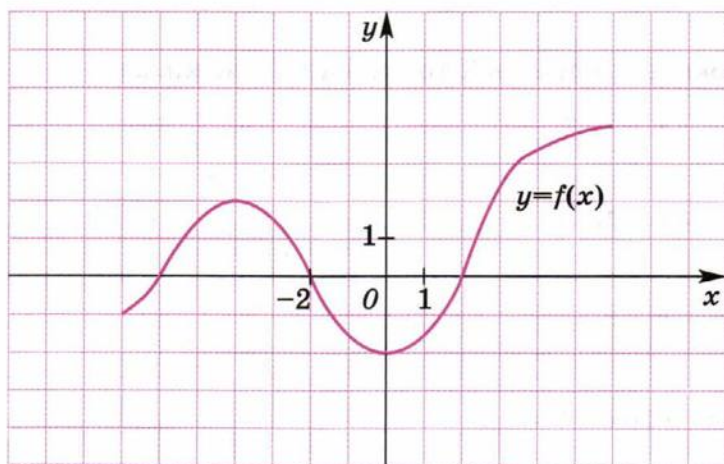
2) $y = 4x - x^2$

3) $y = -2x^2 + 4x - 6$

4) $y = 3x^2 - x + 1$

Ответ. 1) $y = 1\frac{3}{4}$ — наименьшее значение при $x = -1\frac{1}{2}$.

15* На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. С помощью графика заполнить пропуски в предложениях.



- 1) Функция принимает положительные значения при x
- 2) Функция принимает отрицательные значения при
- 3) Функция возрастает при
- 4) Функция убывает при
- 5) Функция принимает наибольшее значение, равное,
при
- 6) Функция принимает наименьшее значение, равное,
при $x =$

ГЛАВА VI

Квадратные неравенства

§ 40. Квадратное неравенство и его решение

I

1 Разложить квадратный трёхчлен на множители.

1) $x^2 - 9x + 18 =$

2) $x^2 + 3x - 18 =$

3) $2x^2 + x - 6 =$

4) $-3x^2 + 10x - 3 =$

2 Изобразить на числовой оси множество решений неравенства.

1) $x - 5 > 0$ 2) $x + 3 < 0$ 3) $x + 4 \geq 0$ 4) $x - 2 \leq 0$



3 Решить систему неравенств:

1) $\begin{cases} x - 3 > 0, \\ x + 2 > 0, \end{cases}$

$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

Ответ.

2) $\begin{cases} x - 3 < 0, \\ x + 2 > 0, \end{cases}$

$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

Ответ.

3) $\begin{cases} x - 3 \geq 0, \\ x + 2 \leq 0, \end{cases}$

$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

Ответ.

4) $\begin{cases} x - 3 \leq 0, \\ x + 2 \leq 0, \end{cases}$

$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

Ответ.

II

4 Выяснить, является ли данное неравенство квадратным.

$x^2 - 1 < 0$	$3x - 4 > 0$	$3x^2 - 5x + 6 \geq 0$	$x^3 - x \leq 0$
	нет		

5 Свести неравенство к виду квадратного.

$3x^2 > 5x$	$4x^2 - 3 < x$	$(2x - 1)x \geq 3$	$x(x - 1) \leq 2$
		$2x^2 - x - 3 \geq 0$	

6 Записать в пустых клетках таблицы те из чисел $-3, -2, 0, 1, 4$, которые являются решениями соответствующего неравенства.

$x^2 - x \leq 0$	$x^2 + 4x - 5 > 0$	$2x^2 + x - 10 < 0$	$x^2 - 2x - 8 \geq 0$
	4		

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7 Решить неравенство, заполнив пропуски.

1) $(x - 2)(x + 3) < 0$,

2) $(x - 2)(x + 3) \geq 0$,

$$\begin{cases} x - 2 < 0, \\ x + 3 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2 > 0, \\ x + 3 < 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2 \geq 0, \\ x + 3 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2 \dots\dots\dots \\ x + 3 \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \dots\dots\dots \\ x \dots\dots\dots \end{cases} \quad \begin{cases} x \dots\dots\dots \\ x \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \dots\dots\dots \\ x \dots\dots\dots \end{cases} \quad \begin{cases} x \dots\dots\dots \\ x \dots\dots\dots \end{cases}$$

Ответ.

Ответ.

- 8 Решить квадратное неравенство $2x^2 - 5x - 3 < 0$, заполнив пропуски.

$$2x^2 - 5x - 3 = 0, x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4},$$

$$x_1 = 3, x_2 = -\frac{1}{2}; 2x^2 - 5x - 3 = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 3).$$

$$\begin{cases} x + \frac{1}{2} > 0, \\ x - 3 < 0; \end{cases} \begin{cases} x \dots\dots\dots \\ x \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + \frac{1}{2} < 0, \\ x - 3 > 0; \end{cases} \begin{cases} x \dots\dots\dots \\ x \dots\dots\dots \end{cases}$$

Ответ.

- 9 Решить квадратное неравенство:

1) $x^2 - x - 2 \geq 0$,

$$x^2 - x - 2 = 0, D = x_{1,2} = \dots\dots\dots$$

$$x_1 = \dots\dots\dots, x_2 = \dots\dots\dots$$

$$x^2 - x - 2 = (x - \dots\dots\dots)(x - \dots\dots\dots).$$

$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

Ответ.

2) $x^2 + x - 12 > 0$,

.....

3) $3x^2 + 8x - 3 \leq 0$,

.....

- 10 Решить квадратное неравенство в случае, когда соответствующее квадратное уравнение имеет один корень, записав квадратный трёхчлен в виде $a(x - x_1)^2$.

$$4x^2 - 12x + 9 \leq 0,$$

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2, (2x - 3)^2 \leq 0.$$

$$\text{Ответ. } x = \frac{3}{2}.$$

1) $4x^2 + 20x + 25 \geq 0,$

Ответ.

2) $25x^2 - 20x + 4 > 0,$

Ответ.

3) $36x^2 + 1 - 12x \leq 0,$

Ответ.

- 11* Решить квадратное неравенство в случае, когда соответствующее квадратное уравнение не имеет действительных корней, с помощью метода выделения полного квадрата.

$$x^2 - x + 1 > 0,$$

$$x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + 1 - \frac{1}{4} > 0, \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0.$$

Ответ. x — любое действительное число.

1) $x^2 - 4x + 5 \geq 0$,

.....
.....
Ответ.

2) $2x^2 - 4x + 3 > 0$,

.....
.....
Ответ.

3) $3x^2 - 12x + 16 \leq 0$,

.....
.....
Ответ.

III

- 12** Не решая неравенство $x^2 - 2x \geq 0$, проверить, какие из чисел $-3, -5, 1$ являются решениями этого неравенства.

Ответ.

- 13** Решить квадратное неравенство:

1) $6x^2 - 5x - 6 > 0$,

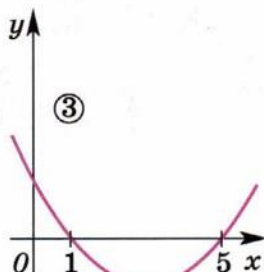
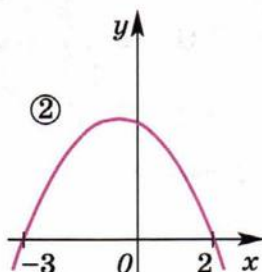
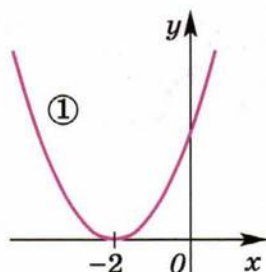
2) $9x^2 - 6x + 1 > 0$,

3)* $-2x^2 + 3x - 4 < 0$,

§ 41. Решение квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции

1

- 1 С помощью изображённого на рисунке графика квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ записать в соответствующих строках таблицы все значения x , при которых эта функция принимает положительные значения; отрицательные значения; значения, равные нулю.



Парабола	①	②	③
$y > 0$	$x \neq -2$		
$y < 0$	нет таких x		
$y = 0$	$x = -2$		

- 2 Заполнить пустые клетки таблицы, указав знаком $\uparrow$ или $\downarrow$ направление ветвей параболы.

Парабола	$y = 1 - x^2$	$y = \frac{x^2}{2} + 3x - 1$	$y = -5x^2 + x + 1$
Направление ветвей параболы		$\uparrow$	

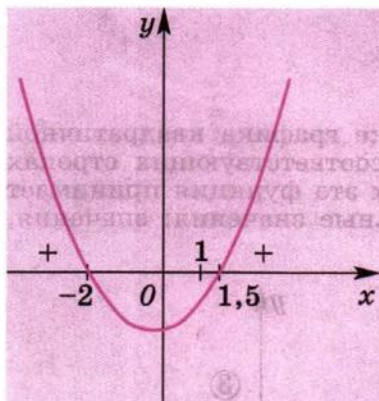
- 3 Устно найти корни квадратного уравнения:

1) $x^2 + 7x - 8 = 0$, $x_1 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$

2) $x^2 - 6x + 8 = 0$, $x_1 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$

II

- 4 Решить квадратное неравенство с помощью эскиза графика квадратичной функции.



$$2x^2 + x - 6 \geq 0.$$

1) Ветви параболы направлены вверх, так как $a = 2 > 0$.

$$2) \quad 2x^2 + x - 6 = 0, \quad D = 1 + 48 = 49, \\ x_{1,2} = \frac{-1 \pm 7}{4}, \quad x_1 = -2, \quad x_2 = \frac{3}{2}.$$

Ответ. $x \leq -2, x \geq 1,5$.

1) $4x - x^2 > 0,$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $x^2 + 2x - 15 \geq 0,$

.....

.....

.....

.....

.....

3) $3x^2 + 14x \leq 0,$

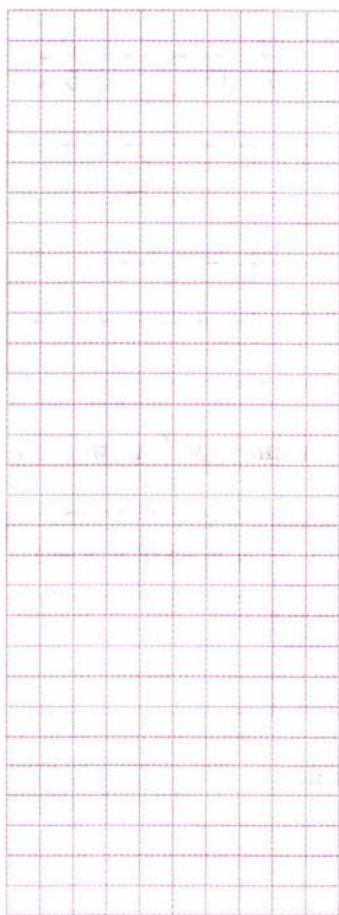
.....

.....

.....

.....

.....



- 5 Решить неравенство с помощью эскиза графика квадратичной функции.

$$3x^2 - 6x + 4 > 0.$$

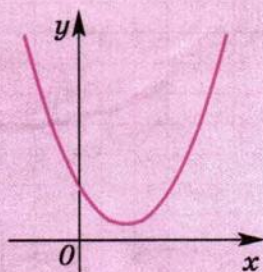
1) Ветви параболы направлены вверх, так как $a = 3 > 0$.

2) $3x^2 - 6x + 4 = 0$, $D = 9 - 12 < 0$ —

действительных корней нет,

т. е. $3x^2 - 6x + 4 > 0$ при всех действительных значениях x .

Ответ. x — любое действительное число.



1) $x^2 - 4x + 6 < 0$,

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $-2x^2 + 5x - 4 \geq 0$,

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) $-3x^2 - 5x \leq 3$,

.....

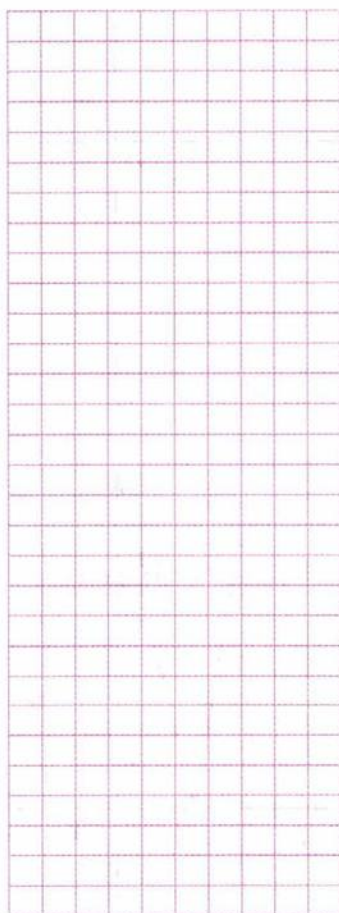
.....

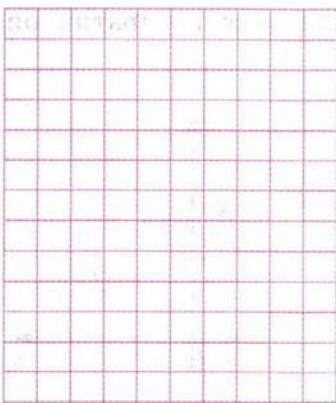
.....

.....

.....

.....





4) $4x^2 + 5 \leq 8x$,

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6* С помощью графика функции $y = x^2 + 3|x| - 4$ решить неравенство $x^2 + 3|x| - 4 \leq 0$.

.....

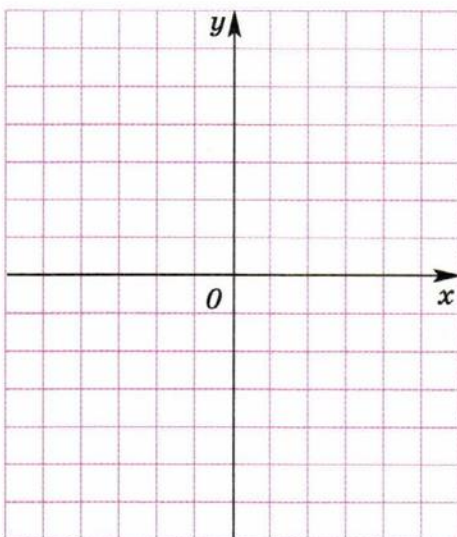
.....

.....

.....

.....

.....



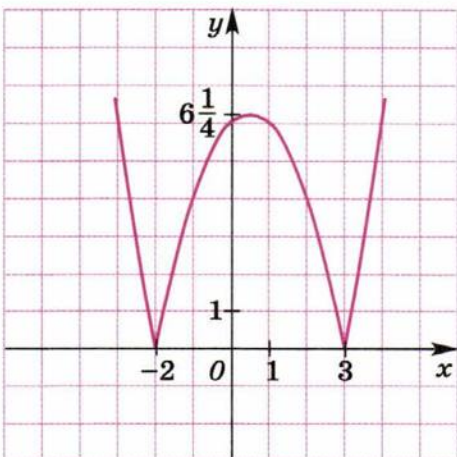
7* Неравенство $|x + 6 - x^2| \leq a$ решено с помощью графика функции $y = |x + 6 - x^2|$. Заполнить пропуски в предложениях так, чтобы они были верными.

1) Решением неравенства является отрезок при a

2) Решением неравенства являются два отрезка при

3) Решением неравенства являются две точки при

4) Неравенство не имеет решений при



III

8 Решить неравенство:

1) $x^2 \geq 6x + 7$;

2) $-2x^2 < -6 + x$;

3) $25x^2 \leq 30x - 9$;

4) $3x^2 + 7 > 8x$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

§ 42. Метод интервалов

I

1 Заполнить пропуски в предложениях.

1) Функция $y = 2x + 3$ принимает отрицательные значения при x , положительные значения при x

2) Функция $y = x + 2$ меняет знак на противоположный в точке с абсциссой $x =$

2 Определить, положительное или отрицательное значение принимает функция $y = (x - 1)(x + 5)$ в заданной точке или на заданном числовом промежутке. Заполнить таблицу.

-7	-2	3	$(-10; -6)$	$(-4; 0)$	$(2; 5)$
	—				

3 Разложить многочлен на множители:

1) $x^3 - x =$

2) $x^4 - 5x^2 + 4 =$

II

4 Решить неравенство методом интервалов.

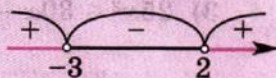
$$(x - 2)(x + 3) > 0.$$

Корни уравнения $(x - 2)(x + 3) = 0$

$$x_1 = 2, x_2 = -3.$$

Если $x > 2$ и $x < -3$, то $(x - 2)(x + 3) > 0$.

Ответ. $x < -3, x > 2$.



1) $x^2 + 3x - 10 < 0.$

Корни уравнения $x^2 + 3x - 10 = 0$

$$x_1 = -5, x_2 = 2,$$

$$x^2 + 3x - 10 = (\dots)(\dots)$$

Ответ.



2) $6x^2 + x - 2 \geq 0,$

.....

3) $9x^2 + x < 0,$

.....

.....

5 Решить неравенство методом интервалов.

1) $(x^2 - 9)(x + 1) > 0,$

.....

.....

2) $(x - 3)(x + 1)(x^2 - 1) < 0,$

.....

.....

3) $x^3 - 5x^2 + 6x \leq 0,$

.....

.....

6 Решить неравенство:

1) $\frac{(x-2)(x+3)}{(x-4)} \leq 0.$

Дробь равна нулю при $x_1 = \dots\dots\dots$, $x_2 = \dots\dots\dots$

Дробь не имеет смысла при $x_3 = \dots\dots\dots$

На крайнем правом интервале дробь положительна.

Дробь меняет знак в точках $\dots\dots\dots$

О т в е т. $\dots\dots\dots$

2) $\frac{x(x+1)(x-1)}{(x+2)(x-2)} \geq 0.$

Дробь равна нулю при $\dots\dots\dots$

Дробь не имеет смысла $\dots\dots\dots$

Дробь меняет знак в точках $\dots\dots\dots$

О т в е т. $\dots\dots\dots$

7 Решить неравенство методом интервалов.

$$\frac{2x^2 + 5x - 12}{x^2 + 5x - 6} \geq 0.$$

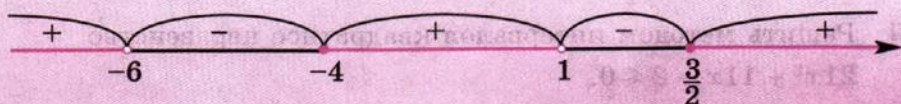
Разложим числитель и знаменатель на множители:

а) $2x^2 + 5x - 12 = 0$, $x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 96}}{4}$, $x_1 = -4$, $x_2 = \frac{3}{2}$.

$$2x^2 + 5x - 12 = 2(x+4)\left(x - \frac{3}{2}\right).$$

б) $x^2 + 5x - 6 = (x+6)(x-1).$

Отметим на числовой оси точки -6 , -4 , 1 , $\frac{3}{2}$.



Дробь равна нулю при $x = -4$ и $x = \frac{3}{2}$, положительна при $x > \frac{3}{2}$ и меняет знак в отмеченных точках.

О т в е т. $x < -6$, $-4 \leq x < 1$, $x \geq \frac{3}{2}$.

$$1) \frac{(x+2)^2}{2x^2+3x-5} < 0,$$

$$2) \frac{(x-1)^2(x^2-4)}{x^2-5x-6} > 0,$$

8 Решить неравенство $\frac{x^2}{x^2-3x} + \frac{5+x}{x} < \frac{x+2}{x-3}.$

III

9 Решить методом интервалов квадратное неравенство $21x^2 + 11x - 2 \leq 0.$

10 Решить методом интервалов неравенство $\frac{3x^2 - 13x - 10}{2x^2 + 5x - 12} > 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

11* Решить неравенство $\frac{3x^2 + 17x - 6}{x^4 - x} \geq 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Упражнения для повторения курса алгебры 7–8 классов

I. Вычисления и преобразования

1 Вычислить:

$$\left(3\frac{1}{6} - 1\frac{3}{8}\right) \cdot 1,2 - 3,1^2 =$$

2 Вычислить рациональным способом:

1) $(2 - 0,01)(2 + 0,01) =$

2) $0,999^2 =$

3 Упростить:

$$\sqrt{5} + 2\sqrt{80} - \frac{1}{3}\sqrt{45} =$$

4 Упростить выражение при $x > 0$:

$$3\sqrt{x^3} - \frac{2}{7x}\sqrt{49x^5} + 2\sqrt{\frac{x^4}{4}} =$$

5 Разложить на множители:

1) $a^5 + a^3 - a^4 - a^2 =$

2) $2a^2 - ab - 6b^2 = 2a^2 - ab - 8b^2 + 2b^2 =$

6 Выполнить действия:

1) $(x - y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) : \frac{x^2 - y^2}{x^2 y^2} =$

$$2) \frac{3a^3b + 3ab^3}{a^4 - b^4} : \frac{6ab}{5a^2 - 5b^2} = \dots\dots\dots$$

.....

II. Уравнения и системы уравнений

1 Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} 7x - y = 17, \\ 3x + 2y = 0, \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x - 3y + 7 = 0, \\ 5x - 4y + 11 = 0, \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ. Ответ.

2 Найти значение x , при котором верно равенство $\sqrt{5 - 6x} = 2$.

.....

3 Решить уравнение:

$$1) \frac{1}{4}x^2 - 4x + 16 = 0,$$

$$2) 3x^2 - 2x + 1 = 0,$$

$$3) 2x^2 + 5x - 3 = 0,$$

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ. 1) 2) 3)

4 Найти корни уравнения $|2 - 3x| = 5$.

.....

.....

Ответ.

5 Решить уравнение $\frac{4x^2 - 7x - 2}{x^2 - 5x + 6} = 0$.

Ответ.

6* Не решая уравнения $2x^2 - 4x + 1 = 0$, вычислить сумму квадратов его корней.

Ответ.

III. Неравенства и системы неравенств

1 Решить систему неравенств:

1) $\begin{cases} 3x - 4 \geq 2x - 6, \\ x + 5 > 2x + 2, \end{cases}$

2) $\begin{cases} 5x + 6 < 3x + 10, \\ 0,3x - 1,3 > 0,2x - 1,1, \end{cases}$

Ответ. 1)

2)

2 Найти все целые числа, являющиеся решением неравенства $-\frac{7}{4} < \frac{x}{2} \leq 0$.

Ответ.

3 Решить квадратное неравенство:

1) $5x^2 - 3x > 0$,

2) $x^2 - 9 \leq 0$,

3) $3x^2 - 5x + 4 \geq 0$,

.....

.....

.....

.....

4 Решить неравенство:

1) $|x - 3| < 8$,

2) $|2 - x| \geq 3$,

.....

.....

5 Методом интервалов решить неравенство $\frac{(x - 5)(3 - x)}{x} < 0$.

.....

.....

Ответ.

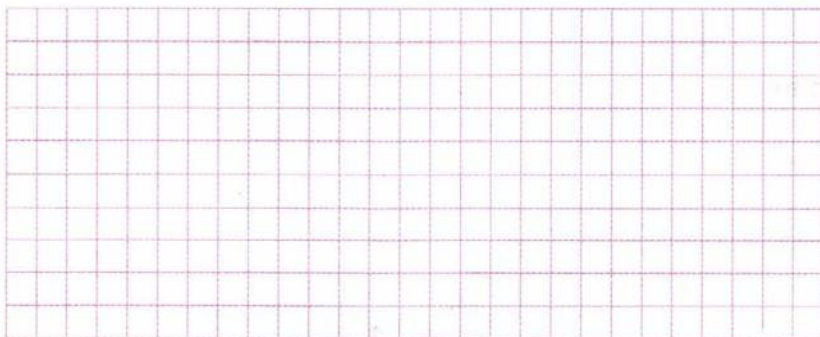
IV. Функции

1 Решить графическим методом систему уравнений $\begin{cases} x + y = 1, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$

.....

.....

.....



Ответ.

2 Дана функция $y(x) = x^2 - 5$.

1) Вычислить: $y(0) = \dots\dots\dots$, $y(-3) = \dots\dots\dots$

2) Найти значения x , при которых $y(x) = 0$: $\dots\dots\dots$

3) Найти значения x , при которых $y(x) < 0$: $\dots\dots\dots$

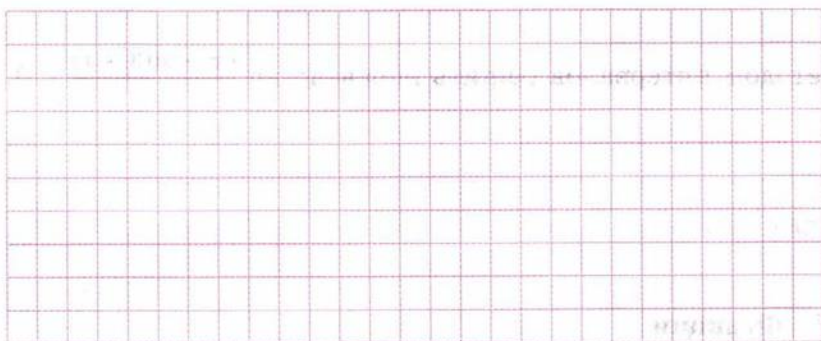
3 Построить график функции:

1) $y = x^2 - 4x - 4$,

2) $y = (x - 3)(x - 1)$,

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

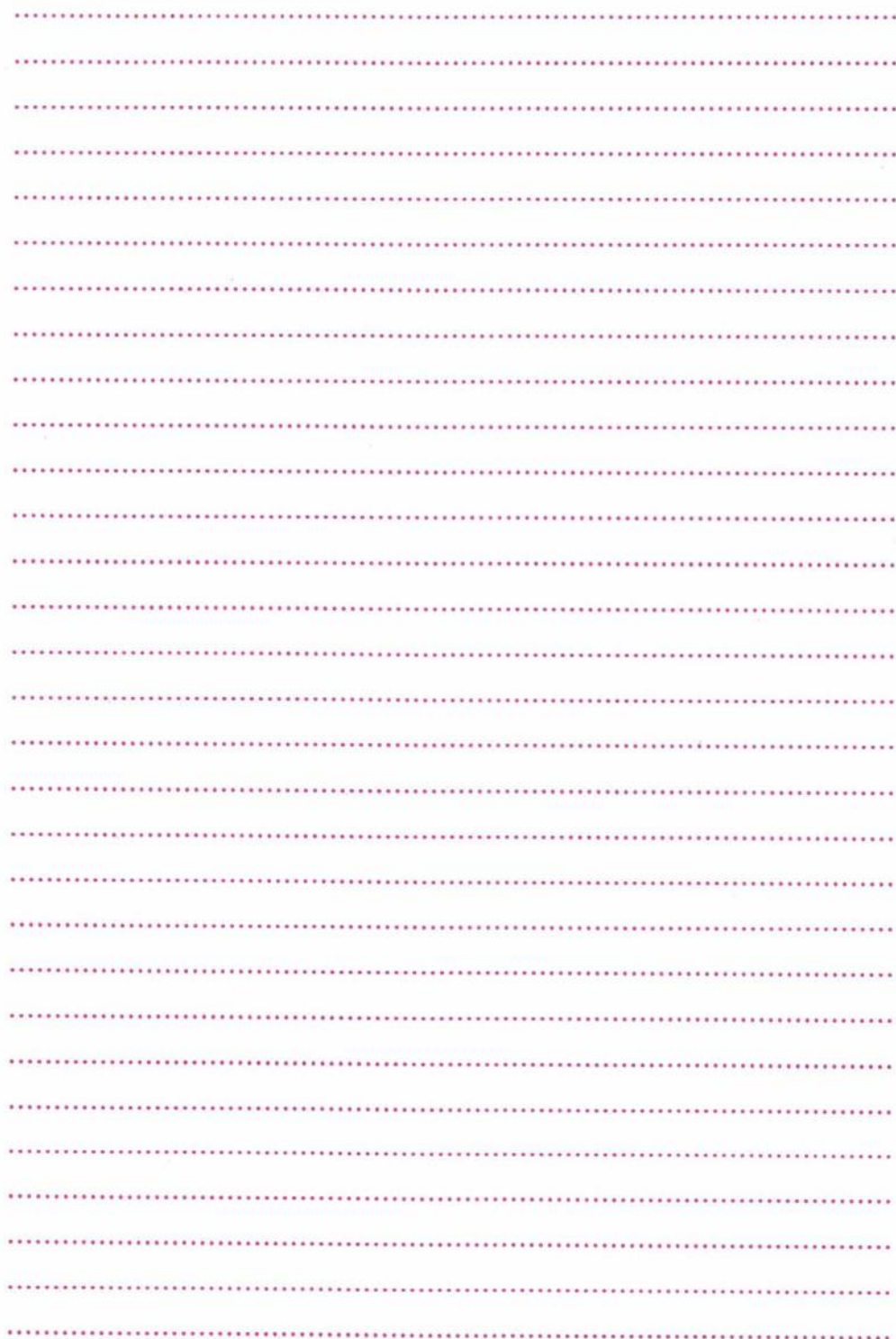


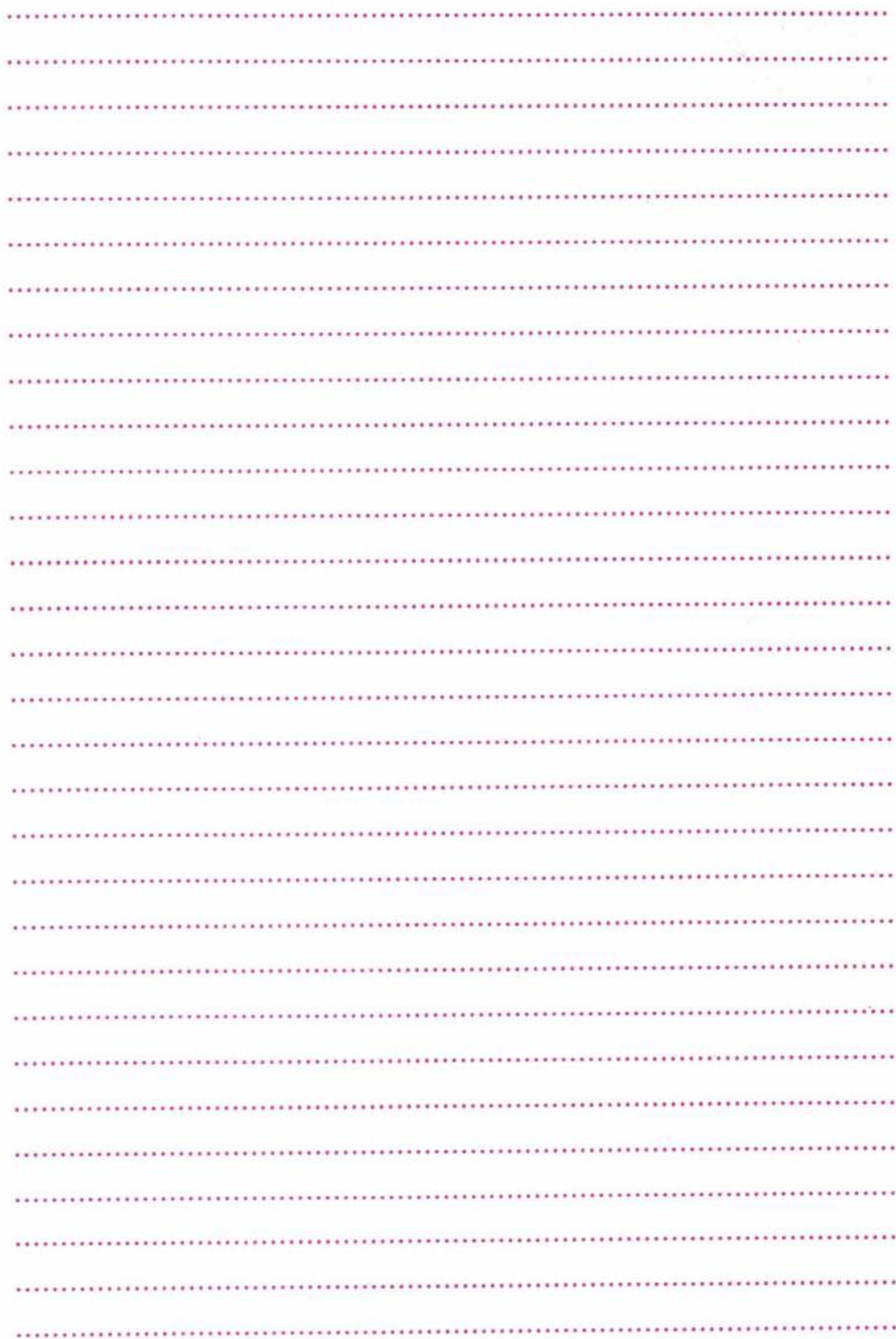
4 Записать уравнение параболы, если известно, что она пересекает ось ординат в точке 3, а её вершиной является точка $(2; -1)$.

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

Ответ. $\dots\dots\dots$

This image shows a full page of handwriting practice paper. It features approximately 20 horizontal rows. Each row is defined by two parallel blue dashed lines, creating a series of uniform channels for letter height. The background is plain white, and there are no margins or additional markings on the page.





Оглавление

Предисловие	3
-----------------------	---

ГЛАВА IV. Квадратные уравнения

§ 25. Квадратное уравнение и его корни	4
§ 26. Неполные квадратные уравнения	7
§ 27. Метод выделения полного квадрата	10
§ 28. Решение квадратных уравнений	12
§ 29. Приведённое квадратное уравнение. Теорема Виета	16
§ 30. Уравнения, сводящиеся к квадратным	23
§ 31. Решение задач с помощью квадратных уравнений	25
§ 32. Решение простейших систем, содержащих уравнение второй степени	30
§ 33. Различные способы решения систем уравнений	34
§ 34. Решение задач с помощью систем уравнений	38

ГЛАВА V. Квадратичная функция

§ 35. Определение квадратичной функции	43
§ 36. Функция $y = x^2$	46
§ 37. Функция $y = ax^2$	51
§ 38. Функция $y = ax^2 + bx + c$	57
§ 39. Построение графика квадратичной функции	64

ГЛАВА VI. Квадратные неравенства

§ 40. Квадратное неравенство и его решение	72
§ 41. Решение квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции	77
§ 42. Метод интервалов	81

Упражнения для повторения курса алгебры 7—8 классов

86

Учебное издание
Колягин Юрий Михайлович
Ткачёва Мария Владимировна
Фёдорова Надежда Евгеньевна
Шабунин Михаил Иванович

АЛГЕБРА

Рабочая тетрадь

8 класс

Пособие для учащихся
общеобразовательных организаций

В двух частях

Часть 2

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редактор *Н. Н. Сорокина*
Младшие редакторы *Е. А. Андреевкова, Е. В. Трошко*
Художник *О. П. Богомолова*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Компьютерная графика *И. В. Губина*
Компьютерная верстка и техническое редактирование *Н. К. Румянцевой*
Корректоры *М. А. Терентьева, Т. А. Лебедева*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать с оригинал-макета 09.10.12. Формат 70×100¹/₁₆. Бумага офсетная. Гарнитура SchoolBookC. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 2,89. Тираж 10 000 экз. Заказ № 3025

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография»
Филиал «Чеховский Печатный Двор»
142300, Московская обл., г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1